

**Исследование волновых процессов с помощью фазированных антенных решеток  
переменной конфигурации**

**Фундаев С.В., Журавлев В.М.**

*Аспирант,*

*Ульяновский государственный университет*

*Инженерно-физический факультет высоких технологий, Ульяновск, Россия*

*E-mail: fundaevs@gmail.com, zhvictorm@gmail.com*

Фазированная антенная решетка это набор приемников некоторого сигнала (температура и давление воздуха, плотность потока заряженных частиц, электромагнитное излучение и т.п.), расположенных на некоторых известных расстояниях друг от друга и позволяющих определять фазу волны в каждый момент времени (для этого частота измерений должна превышать частоту изучаемого сигнала).

Фазированная антенная решетка позволяет не только восстанавливать спектр излучения, но и определять направление распространения каждой отдельной моды. Это оказывается возможным благодаря двум обстоятельствам:

1. Конфигурация решетки заранее известна, т.е. известны расстояния между ее узлами (базисы).
2. Поскольку каждый узел решетки позволяет определить фазу волны, становится возможным определение сдвига фаз между отдельными узлами.

Сопоставление сдвига фаз между узлами антенной решетки с их базисами и приводит к восстановлению волнового вектора  $\vec{k}(\omega)$  для моды с частотой  $\omega$  с помощью следующей системы уравнений:

$$\Delta\varphi_{ij} = k\Delta r_{ij}, i, j = 1 \dots M, \text{ где } M - \text{число узлов решетки.}$$

Фазированные антенные решетки нашли широкое практическое применение. В частности, астрономы используют их для точной локализации источников излучения в радиодиапазоне. Эта же технология используется и в радиолокации. В этом случае радар представляет собой набор независимых приемников, регистрирующих отраженный электромагнитный импульс в узком диапазоне частот с высоким временным разрешением. Его использование позволяет существенно повысить точность определения положения цели.

Расположение узлов решетки на искусственных спутниках Земли является перспективной задачей. Такая антенная решетка будет обладать следующими преимуществами перед решеткой, расположенной на Земле:

1. Существенно возрастают базисные расстояния;

2. Возрастает время наблюдения источника излучения, а при использовании специальных орбит оно может оказаться неограниченным.
3. Возможность использования уже имеющихся данных, накопленных за время полета различных ИСЗ.

Однако использование ИСЗ в качестве узлов антенной решетки приведет тому, что ее конфигурация окажется переменной: базисные расстояния теперь не являются постоянными, а представляют собой функции времени. Последнее обстоятельство не позволяет в явном виде использовать математические соотношения, применяемые для фазированных антенных решеток, конфигурация которых неизменна. Требуется разработать новый «инструмент» для обработки данных, получаемых с антенных решеток переменной конфигурации.

В настоящей работе демонстрируется метод, позволяющий проводить математическую обработку измерений, полученных с помощью фазированной антенной решетки переменной конфигурации. Представлены результаты моделирования такой решетки и исходных данных с последующей их обработкой для валидации данного метода.

#### Литература:

1. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. - М.: Мир, 1990.
2. Дж. Бендат, А. Пирсол. Применения корреляционного и спектрального анализа. - М.: Мир, 1983.

**Фазовая диаграмма металлического водорода**

**Новосёлов Александр Андреевич**

*Аспирант*

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия*

*E-mail: [novoselov@akado.ru](mailto:novoselov@akado.ru)*

При численных исследованиях нелинейных систем со многими степенями свободы стохастические методы существенно более эффективны, чем детерминистические, благодаря медленному возрастанию времени вычислений с ростом размерности задачи. В квантовой механике и квантовой теории поля основным стохастическим методом является вычисление интегралов по траекториям методом Монте-Карло (path integral Monte Carlo, PIMC), который был создан в середине XX века. Однако его применение для квантовомеханической задачи многих тел до последнего времени осложнялось проблемой корреляций между конфигурациями, генерируемыми наиболее простыми и распространенными алгоритмами. Целью настоящей работы являлась разработка и реализация метода, позволяющего быстро получать нескоррелированные конфигурации. В результате был создан многоуровневый алгоритм [1] с оптимизированным действием уровня. Как по теоретическим соображениям, так и по результатам численных экспериментов, он является одним из самых эффективных известных алгоритмов [3].

Использование разработанного алгоритма позволило за приемлемое время моделировать сплошную среду (в настоящей работе произведено рассмотрение металлического водорода в фазе вигнеровского кристалла). Практический интерес к металлическому водороду связан как с перспективами его технологического использования, так и с тем, что он с большой вероятностью существует в природе. Согласно распространенной гипотезе, ядра планет-гигантов состоят из водорода в атомарной фазе. Интерес к численному моделированию атомарного водорода при высоких давлениях связан также с произошедшим в последнее время стремительным развитием эксперимента в данной области [2].

Основным результатом является описание металлического водорода в широком диапазоне температур и плотностей. Численно получено уравнение состояния. Исследован фазовый переход между кристаллической и жидкой фазой, получена фазовая картина и измерена теплоемкость данного перехода.

**Литература**

1. Ceperley D. M. Path integrals in the theory of condensed helium // Review of Modern Physics, Vol. 67, No. 2, April 1995, 279-355
2. Mao H., Hemley R. J. Ultrahigh-pressure transitions in solid hydrogen // Review of Modern Physics, Vol. 66, No. 2, April 1994, 671-691
3. Militzer B., Graham R. L. Simulations of dense atomic hydrogen in the Wigner crystal phase // Journal of Physics and Chemistry of solids, 67 (2006) 2136-2143

**Нестационарные контрастные структуры для обобщенного уравнения**

**Колмогорова-Петровского-Пискунова**

*Шарло А.С.*

*Аспирант*

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
физический факультет, Москва, Россия  
E-mail: sharlotik@yandex.ru*

Многие задачи математической физики (в частности, начально-краевые задачи для уравнения диффузии-адвекции) имеют решение вида контрастной структуры, для которой характерно наличие чередующихся внутренних переходных слоев (ВПС) и пятен - протяженных областей, где решение близко к уровням насыщения (рис.1) [1].

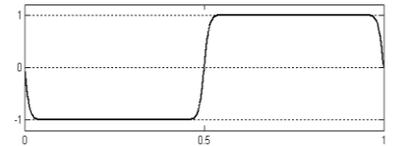


Рис.1 Решение вида контрастной структуры

В работе методом асимптотического разложения в ряд по степеням малого параметра построено решение краевой задачи для одномерного обобщенного уравнения Колмогорова-Петровского-Пискунова (КПП):

$$u_t + \varepsilon^2 V_0 u_x = \varepsilon^2 \mu_0 u_{xx} + \varepsilon^2 k_0 u_{xx} + \gamma u \left( 1 - \frac{u^2}{U^2(x)} \right). \quad (1)$$

Уравнение КПП возникает в теории полупроводников с отрицательной дифференциальной проводимостью [2].

В неоднородных средах ВПС могут перемещаться, поэтому решение уравнения (1) можно искать в виде бегущей волны  $u(x,t) = \frac{g(\xi)}{U(\xi)}$ , где  $\xi = x - Wt$ ,  $W = \varepsilon^2 W_0$  - скорость дрейфа. В окрестности ВПС решение находим из уравнения:

$$\varepsilon^4 \mu_0 W_0 g_{\xi\xi\xi\xi} + \varepsilon^2 \left( V_0 - W_0 - 2k_0 \frac{U_\xi}{U} \right) g_\xi = \varepsilon^2 k_0 g_{\xi\xi} + \gamma g (1 - g^2), \quad \hat{\xi}_1 \leq \xi \leq \hat{\xi}_2, \quad (2)$$

в окрестности граничных точек – из уравнения

$$\varepsilon^2 \left( V_0 - 2k_0 \frac{U_x}{U} \right) v_x = \varepsilon^2 k_0 v_{xx} + \gamma v (1 - v^2), \quad x_a \leq x \leq \hat{x}_1, \quad \hat{x}_2 \leq x \leq x_b, \quad (3)$$

где  $v(x) = \frac{u(x)}{U(x)}$ . Граничные условия примут вид  $v(x_a) = G^a$ ,  $v(x_b) = G^b$ .

Сшивание решений (2) и (3) производится в точках  $\hat{x}_1, \hat{\xi}_1; \hat{x}_2, \hat{\xi}_2$ , при этом координаты  $\hat{x}_1, \hat{\xi}_1$  и  $\hat{x}_2, \hat{\xi}_2$  соответствуют серединам левого и правого пятна.

Характеристическое уравнение для линеаризованного в окрестности уровня насыщения уравнения (2) имеет три собственных значения, в том числе два - порядка  $\varepsilon^{-1}$  и одно -

порядка  $\varepsilon^{-2}$ , поэтому слева от точки перехода решение имеет вид  $g(\xi) = C_1 e^{\frac{\lambda_1 \xi}{\varepsilon}}$ , справа -  $g(\xi) = C_2 e^{\frac{-\lambda_2 \xi}{\varepsilon}} + C_3 e^{\frac{-\lambda_3 \xi}{\varepsilon^2}}$ , где  $\lambda_i > 0$ . Неизвестные константы находим из условий непрерывности  $g(\xi)$  и ее двух первых производных.

В работе построены нулевое, первое и второе приближения, причем первое приближение позволяет найти координату ВПС и скорость дрейфа ВПС:

$W = \varepsilon^2 \frac{V_0 - 2k_0 \frac{U_\xi}{U}}{\mu_0 \frac{2\gamma}{5k_0} + 1}$ . Значение  $W$  меньше, чем для уравнения диффузии

$$W_{diff} = \varepsilon^2 \left( V_0 - 2k_0 \frac{U_\xi}{U} \right) [3].$$

### Литература

1. Васильева А.Б. Контрастные структуры в сингулярно-возмущенных задачах, *Фундаментальная и прикладная математика*, Т.4, № 3. стр.799-851 (1998)
2. Korpusov M.O., Ovchinnikov A.V., Sveshnikov A.G. On blow up of generalized of Kolmogorov-Petrovskii-Piskunov equation, *Nonlinear Analysis*, 1 May (2009)
3. Быков А.А., Попов В.Ю. О времени жизни одномерных нестационарных контрастных структур, *ЖВМиМФ*, Т.309, №2. стр.280-288 (1999)

**Построение математической модели появления хаотических колебаний  
возникающих в электрической цепи***Хмеленко Дмитрий Юрьевич**Студент**Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»,  
факультет компьютерных и информационных технологий, Дергачи, Украина**e-mail: khmelenko\_dmitriy@ukr.net*

В современном мире большинство процессов имеет нелинейный характер. И зачастую закономерности протекания процессов различной физической природы оказываются сходными.

В данной работе была экспериментально исследована электрическая цепь, изображенная на рисунке 1. Она была рассмотрена в 1981 г. П. Линсеем из Массачусетского технологического университета [1]. Позже, в статье Дугласа Смита [2] были изложены результаты исследования данной цепи. При определенных значениях входного напряжения на выходе цепи появлялись хаотические колебания. Однако механизмы появления хаотических колебаний не были рассмотрены. Поэтому целью данного исследования было построение математической модели такой электрической цепи и выяснение механизмов возникновения хаотических колебаний, повторное проведение эксперимента и сравнение полученных результатов.

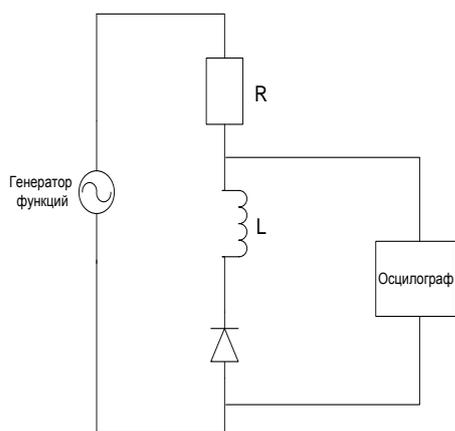


Рисунок 1. Электрическая схема

исследуемой цепи

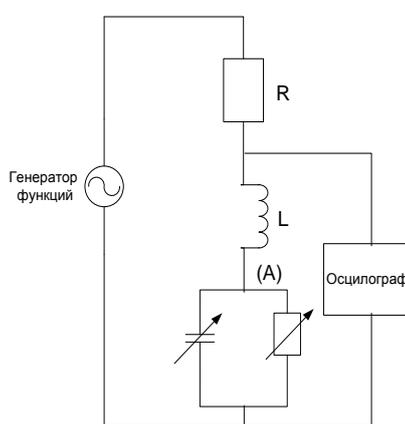


Рисунок 2. Схема с замещением диода

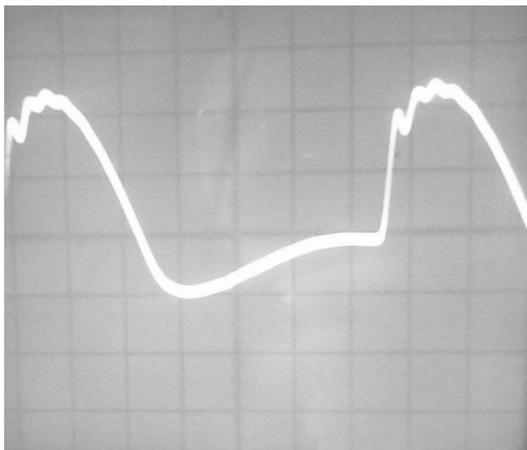


Рисунок 3. Результат эксперимента

Объект исследования – это нелинейная электрическая цепь, состоящая из резистора  $R$ , катушки индуктивности  $L$  и диода, элементы соединены последовательно. Сопротивление резистора  $R$  для выполнения эксперимента составляет 200 Ом. Катушка  $L$  имеет индуктивность 100 мкГн. Нелинейный элемент цепи – диод. На вход цепи подключен генератор функций. Результат фиксируется с помощью осциллографа, который подключен параллельно катушке индуктивности и диоду. На рисунке 3 изображен график, полученный в следствии эксперимента при амплитуде 5 В и частоте 250 кГц входного напряжения.

Так как диод сложный нелинейный элемент, то на рисунке 2 представлена схема его замещения переменным сопротивлением и переменной емкостью, соединенными параллельно.

На основании правил Кирхгофа, записанных для схемы, приведенной на рисунке 2, было получено следующее уравнение:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \left( \frac{R}{L} + \frac{1}{CR_D} \right) \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \left( \frac{R}{R_D} + 1 \right) q = \frac{1}{L} \varepsilon_0 \sin \omega t \quad (1) \quad , \text{ где}$$

$R_D$  - динамическое сопротивление диода

$C$  - переменная емкость диода

$\varepsilon_0 \sin \omega t$  - зависимость ЭДС от времени, начальная фаза  $\varphi_0 = 0$

$q$  - заряд конденсатора на обкладках

Динамическое сопротивление  $R_D$  – это отношение малых приращений напряжения и тока в рабочей точке  $\left( \frac{dU}{dI} \right)$  (производная). На основании ВАХ из документации диода была выполнена аппроксимация в пакете Microsoft Excel и получен полином, представляющий зависимость напряжения на диоде от проходящего через него тока. Также была аппроксимирована емкость диода  $C$  от входного напряжения.

Для численного моделирования возникновения колебаний решалось дифференциальное уравнение (1) методом Эйлера. Начальные значения  $t=0$ ,  $q=0$ ,  $I=0$ .  $dt$  – шаг по времени, который может варьироваться, выбирается из условий моделирования.

Полученное значение заряда  $q$  можно использовать для дальнейшего расчета выходного напряжения. Формула расчета имеет следующий вид.

$$U_{\text{вых}} = \frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt} = \frac{q}{C} + L \left( \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{CR_D} \frac{dq}{dt} \right)$$

На основании приведенного алгоритма было разработано приложение для моделирования и были сопоставлены полученные результаты с экспериментальными.

### Литература

1. Смит Д. Генерирование хаоса в домашних условиях // Журнал «В мире науки». 1992. No. 3. С. 80-83.
2. Phys. Rev. Lett. 47, 1349 (1981): Period Doubling and Chaotic Behavior in a Driven Anharmonic Oscillator: [http://prl.aps.org/abstract/PRL/v47/i19/p1349\\_1](http://prl.aps.org/abstract/PRL/v47/i19/p1349_1)

### Слова благодарности

Автор выражает благодарность И.В. Синельник за научное руководство.

**Моделирование ионной бомбардировки кластеров  $Ti_{13}$  с многочастичным взаимодействием: Центральное столкновение**

***Панькин Николай Александрович***

*Старший преподаватель, к. ф.-м. н.*

*Мордовский государственный университет имени Н.П.Огарева*

*кафедра физики твердого тела, Саранск, Россия*

*E-mail: panjkinna@yandex.ru*

Цель настоящей работы – исследование бомбардировки кластера  $Ti_{13}$  ионами титана методом молекулярной динамики. Рассматривался случай центрального столкновения. Данные кластеры относятся к «магическим» со структурой икосаэдра [2]. Начальная энергия ( $E_0$ ) бомбардирующих частиц (ионов) изменялась в интервале от 10 до 1000 эВ. Выбор титана обусловлен широким его применением в различных методах модификации поверхности [1].

Взаимодействие между атомами кластера, а также иона с атомами кластера описывалось tight-binding потенциалом [4]. При малых значениях расстояния сближения частиц (меньше 0.5 Å) использовали потенциал Циглера-Бирзака-Литтмарка [5]. На интервале межатомных расстояний от 0.5 до 1.0 Å проводилась сшивка вышеуказанных потенциалов с помощью полинома 5-ой степени. Обрезание области действия потенциалов не проводилось.

Поиск решений уравнений движения ионов и атомов кластера осуществляли по схеме Верлета в «скоростной форме» [3] с переменным шагом по времени. Термостатирование модельной системы не применялось. Неупругие потери и тепловое движение атомов кластера не учитывали. Угол  $\Theta$  отсчитывался от положительного направления оси, совпадающей с первоначальным направлением движения иона.

Статистический материал набирался по 10000 различным положениям атомов кластера относительно иона. Это достигалось следующим образом: исходный кластер в начале каждого акта взаимодействия с ионом поворачивался вокруг осей декартовой системы координат на углы, выбранные случайным образом. Рассматриваемое время моделирования составляло 10000 молекулярно-динамических шагов для различных первоначальных энергий ионов.

Ион, при своем движении, передает часть своей кинетической энергии атомам кластера, в котором развивается «каскад» многочастичных атомных столкновений. Вследствие этого происходит разрушение первичной структуры кластера с распадом на более мелкие объединения атомов (агломераты). Основу данного потока частиц, образовавшегося после ион-кластерного взаимодействия, составляют одиночные атомы (от 54 до 73% от общего количества), димеры (от 3 до 6%), и агломераты, состоящие из

3-12 атомов (от 17 до 38%). При малых энергиях (10 эВ) отмечалось сохранение исходного числа атомов в кластере (0.8%), а также рост структуры до  $Ti_{14}$  (менее 0.1%).

Отмечается также, что для  $E_0$  в интервале от 50 до 1000 эВ, максимальная энергия сообщается одиночным атомам. Им передаётся от 5 до 25% от исходной кинетической энергии ионов. Атомы, входящие в более крупные объединения обладают энергией меньше 1 эВ. Для  $E_0=10$  эВ распределение по энергиям равномерное: одиночные атомы в среднем обладают энергией 0.5 эВ (5%  $E_0$ ), остальные – от 0.2 до 0.3 эВ.

Функции распределения ионов и атомов кластера по углам вылета  $F(\Theta)$  и энергиям  $F(E)$  после ионной бомбардировки кластера представлены на рисунках 1 и 2. Вид  $F(\Theta)$  для атомов кластера незначительно изменяется при увеличении энергии бомбардирующих частиц. При больших энергиях (более 500 эВ) отмечается увеличение вклада атомов кластера, имеющих направление вектора скорости, составляющего небольшой угол с первоначальным направлением движения ионов. При этом функция распределения ионов по углам вылета сильно видоизменяется. Увеличение начальной энергии частиц сопровождается ростом доли обратноотразившихся ионов.

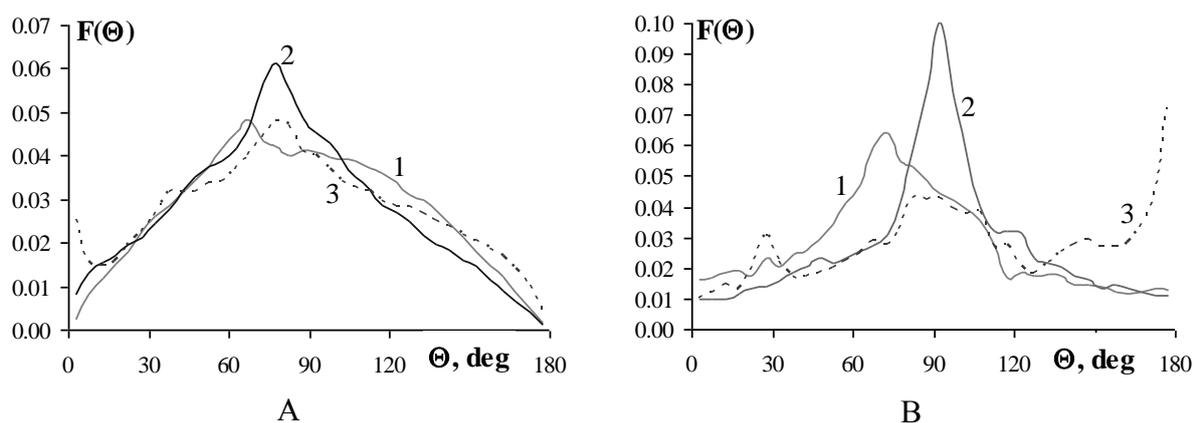


Рис. 1. Угловое распределение атомов кластера (А) и ионов (В).  
(1 –  $E_0=10$  эВ; 2 –  $E_0=100$  эВ; 3 –  $E_0=1000$  эВ)

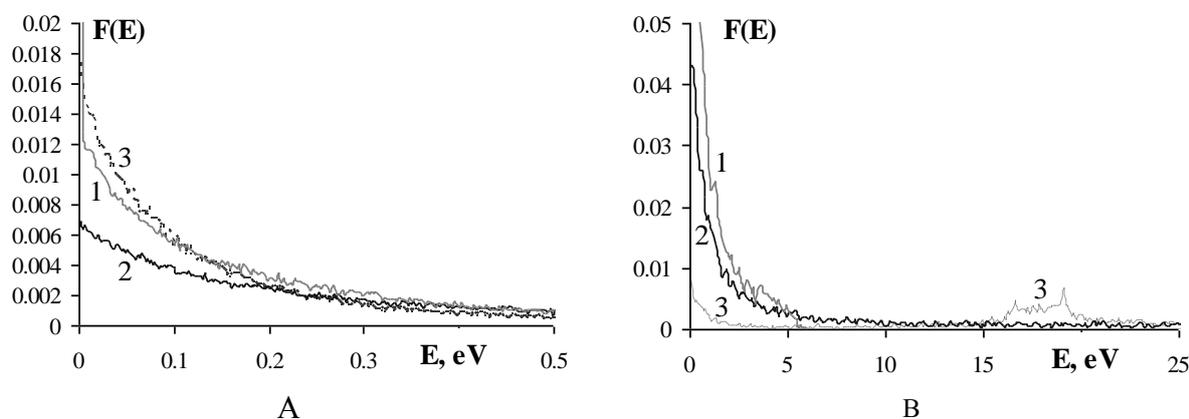


Рис. 2. Участок функция распределения по энергиям атомов кластера (А) и ионов (В) после ион-кластерного взаимодействия. (1 –  $E_0=10$  эВ; 2 –  $E_0=100$  эВ; 3 –  $E_0=1000$  эВ)

В энергетическом спектре условно можно выделить три зоны ( $E_0 \geq 500$  эВ): I. от 0.0 до 0.1  $E/E_0$ ; II. от 0.1 до 0.9  $E/E_0$ ; III. от 0.9 до 1.0  $E/E_0$  ( $E$  – конечная энергия ионов). Данным зонам соответствуют различные угловые распределения бомбардирующих

частиц после их взаимодействия с исходным кластером. Для первой области характерно присутствие ионов, присоединенных к кластеру и образовавших агломерат. Вторая и третья зоны обусловлены лишь вкладом ионов, которые испытали отражение или прошли сквозь кластер. Для энергий бомбардирующих частиц меньших 500 эВ подобного разделения на зоны провести не удалось.

### Литература

1. Панькин Н.А., Смоланов Н.А. Рентгенографическое исследование покрытий, полученных вблизи катода при ионно-плазменном осаждении нитрида титана. // Поверхность. 2009, № 6, с. 102-105.
2. Смирнов Б.М. Кластеры с плотной упаковкой и заполненными оболочками // УФН. 1993, Т.163, №10, с. 29-56.
3. Хеерман Д.В., Методы компьютерного эксперимента в теоретической физике. М.: Наука, 1990. - 176 с.
4. Cleri F., Rosato V. Tight-binding potentials for transition metals and alloys. // Phys. Rev. B. 1993, V. 48, №1, p. 22-33.
5. O'Connor D.J., Biersack J.P. Comparison of theoretical and empirical interatomic potentials. // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 1986, V. B15, № 1-4, p. 14-19.

**Экспериментальные исследования эффективного коэффициента теплопроводности  
политетрафторэтилена, наполненного медью**

**Саросек С.И.<sup>1</sup>**

*Аспирант*

**Бачурина А.Ю.<sup>2</sup>**

*Аспирант*

*Гродненский государственный университет имени Янки Купалы,  
Физико-технический факультет, г. Гродно, Республика Беларусь  
E-mail: <sup>1</sup>s.sarosek@grsu.by, <sup>2</sup>a.bachurina@grsu.by*

Выполнено экспериментальное исследование теплопроводности композиционного материала на основе фторопласта с металлическим наполнителем. Экспериментальные данные сравниваются с расчетными.

Для выполнения экспериментов по определению коэффициента теплопроводности были изготовлены образцы по следующей технологии. Порошок фторопласта подвергают механическому воздействию с целью избавления от слипания частиц. После этого производится добавка медного порошка и перемешивание смеси методом “пьяной бочки”. После достижения равномерного распределения наполнителя смесь прессуется в образцы цилиндрической формы с диаметром 20 мм. и высотой 70 мм. Полученный цилиндр спекается при температуре 380 °С. Готовые образцы обрабатывались до получения нужных размеров. Были проведены эксперименты по определению эффективного коэффициента теплопроводности фторопласта с медным наполнителем в диапазоне температур от 25 до 70 °С, и концентрациях наполнителя от 0 до 12 %. Результаты экспериментов в таблицы 1.

Таблица 1

		Номер образца		
		1	2	3
Плотность, кг/м <sup>3</sup>		2030	2173	2202
Концентрация, %		0%	5%	12%
Температура, °С	25	0.248	0.249	0.298
	50	0.248	0.251	0.294
	75	0.25	0.248	0.298

На рисунке 1 представлены экспериментальные (1) данные и расчетные (2) данные, полученные методом релаксации.

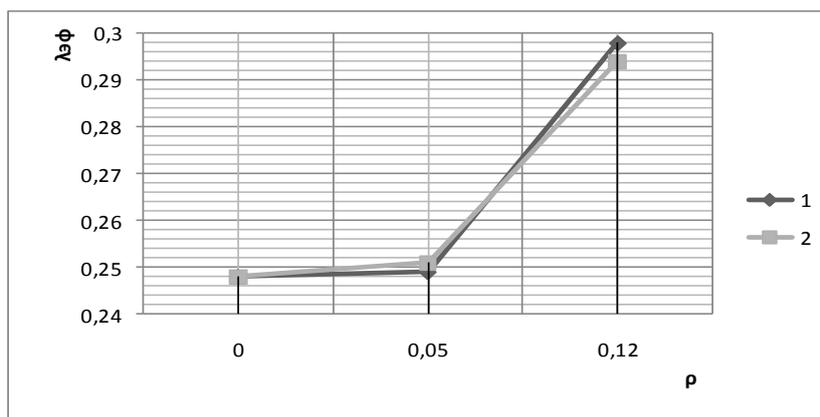


Рис.1 Кривые зависимости эффективного коэффициент  $\lambda_{эф}$  теплопроводности от концентрации  $\rho$  наполнителя

Сравнение экспериментальных и расчетных данных показывает, что на эффективный коэффициент  $\lambda_{эф}$  теплопроводности композиционной системы оказывает влияние большое число факторов. В частности, в случае большой разницы коэффициентов теплопроводности матрицы и наполнителя существенную роль играет распределение наполнителя в матрице при одной и той же концентрации наполнителя в матрице. Кроме того важную роль может иметь размерный фактор в случае мелко дисперсного наполнителя. Все это приводит в ряде случаев к большой разнице результатов эксперимента и расчета.

#### Литература

1. Никитин А.В. Теплопроводность композиционных систем // Лиопо В.А., Струк В.А., Никитин Д.А. / Сб. «Композиционные материалы в промышленности. УИЦ «Наука, техника, технология», Ялта, 2008, с. 86-92.

**Релаксационные процессы в коллоидной системе  
вблизи золь-гель перехода****Чванова А.В.***Аспирант**Казанский (Приволжский) Федеральный университет, физический факультет, Казань,  
Россия**E-mail: [chvanova\\_anastasiya@mail.ru](mailto:chvanova_anastasiya@mail.ru)*

Динамика неупорядоченных систем характеризуется различными нетривиальными особенностями. Так, например, до сих пор не существует единой теории, описывающей динамические процессы в стеклах и гелях, также как и не существует теории, объясняющей возникновение самой неупорядоченной (стекольной) фазы и характерных для нее аномальных особенностей в транспортных свойствах (аномальная сверхмедленная диффузия), вибрационных свойствах и релаксационной динамике (двухступенчатая релаксация, динамическая неоднородность). В настоящей работе предлагается теоретическая модель, развитая в рамках теории взаимодействующих мод, позволяющая точно описать особенности структурной релаксации в модельной коллоидной системе вблизи золь-гель перехода, взаимодействие между частицами которой осуществляется через парный сферический потенциал Дерягина-Ландау-Вервея-Овербэка (ДЛВО) [1]. В основе данной модели лежат предположения о том, что (i) среда является неоднородной и фрактальной, (ii) существуют выраженные характеристические временные масштабы релаксационной динамики. В результате была рассчитана пространственно-временная некогерентная функция рассеяния  $F_s(k,t)$  при объемной плотности  $\varphi = \pi\sigma^3 N/6L^3 = 0.13$  для области температур  $T = 0.05 \div 0.3\varepsilon/k_B$  и значений волнового числа  $k = 0.67 \div 10.14\sigma^{-1}$ , где  $\varepsilon$  и  $\sigma$  – энергетический и пространственный параметры потенциала ДЛВО соответственно,  $N$  – число частиц в системе,  $L$  характеризует линейные размеры системы,  $k_B$  – постоянная Больцмана. В работе рассматривается кубическая ячейка объемом  $V=L^3$ , где длина ребра  $L=35\sigma$ . Полученные результаты были сравнены с данными компьютерного моделирования равновесной динамики частиц. Как оказалось, предложенная теоретическая модель точно воспроизводит все особенности пространственно-временной некогерентной функции рассеяния  $F_s(k,t)$  как для золь-фазы, так и для гель-фазы, где температура гелеции  $T_g = 0.2 \pm 0.02\varepsilon/k_B$  [2].

**Литература**

1. Мокшин А.В., Забегаев С.О., Хуснутдинов Р.М. Динамическая неоднородность коллоидного раствора вблизи золь-гель-перехода // Физика Твёрдого Тела, 2011. Т. 53(3). С. 532-537.
2. Хуснутдинов Р.М., Мокшин А.В. Локальный структурный порядок и одночастичная динамика в металлическом стекле // Известия РАН, Сер. Физическая. 2010. Т. 74. №5 С. 691-694.

**Микроскопическая динамика аморфного металлического сплава Ni<sub>33</sub>Zr<sub>67</sub>****Хадеев И.И.**

Аспирант

Казанский (Приволжский) Федеральный университет, физический факультет, Казань,  
РоссияE-mail: [khadeev.ilgiz@mail.ru](mailto:khadeev.ilgiz@mail.ru)

Выполнены молекулярно-динамические исследования аморфного металлического сплава Ni<sub>33</sub>Zr<sub>67</sub> при температуре T=300K. На основе анализа спектра продольного потока в области значений волновых чисел  $7 \text{ nm}^{-1} < k < 20 \text{ nm}^{-1}$  обнаружены низкочастотные акустико-подобные возбуждения. Природа этих низкочастотных колебательных возбуждений обсуждаются. Результаты моделирования для спектров динамического структурного фактора сравниваются с экспериментальными данными по неупругому рассеянию рентгеновских лучей.

**Введение**

Динамические релаксационные процессы в неупорядоченных конденсированных средах тесно связаны с деталями межчастичного взаимодействия. Несмотря на многочисленные экспериментальные и теоретические исследования природа этих процессов остается не выясненной до сих пор. Знание потенциалов межчастичного взаимодействия позволило бы точно установить механизмы таких динамических процессов как высокочастотная релаксация в жидкостях и стеклах, природу положительной дисперсии скорости звука вне гидродинамической области на микроскопическом уровне. Однако получение точных и реалистичных потенциалов составляет известную проблему. Установлено, что аналитические выражения для потенциалов межчастичного взаимодействия содержат большое количество различных величин, которые необходимы для адекватного и реалистичного описания веществ, при различных условиях (геометриях, структурах, термодинамических фазах). Такие потенциалы состоят из большого количества функций сложным образом связанных между собой.

**Результаты**

Исследуемая система состояла из  $N=10976$  частиц, расположенных в кубической ячейке с периодическими граничными условиями. Взаимодействие частиц осуществлялось с помощью межчастичного потенциала Стиллинджера-Вебера [1]:

$$U_{ij}(r) = A \left[ \frac{1}{(\alpha r - a_1)^n} - 1 \right] \exp\left( \frac{1}{\alpha r - a_2} \right).$$

Основной целью работы было исследование структурных и динамических свойств аморфного металлического сплава Ni<sub>33</sub>Zr<sub>67</sub>. Структурный анализ был осуществлён на основе расчёта парциальной функции распределения частиц в системе. С помощью параметра Вендта-Абрахама найдена критическая температура стеклования ( $T_c \approx 1250 \text{ K}$ ). Расчёт полного статического структурного фактора  $S(k)$ , был выполнен на основе метода Бхатиа-Торнтонна [2].

Исследование динамических свойств системы выполнялось на основе расчёта корреляционных функций и динамического структурного фактора. На основе анализа спектра динамического структурного фактора и продольного потока установлено, что в области низких частот, при значениях волновых чисел  $7 \text{ nm}^{-1} < k < 20 \text{ nm}^{-1}$  наблюдаются акустико-подобные возбуждения. Выполнен анализ дисперсии и температурной

зависимости низкочастотной колебательной моды. Найденные спектры динамического структурного фактора аморфного металлического сплава  $\text{Ni}_{33}\text{Zr}_{67}$  при температуре  $T=300\text{K}$  сравниваются с экспериментальными данными по неупругому рассеянию рентгеновских лучей [3].

#### Литература

1. Hausleitner C., Hafner J. Microscopic approach to the structure of transition-metal glasses // *Phys. Rev. B* **42**, 5863 (1990).
2. Bhatia A. B., Thornton D. E. Structural aspects of the electrical resistivity of binary alloys // [Phys. Rev. B 2, 3004 \(1970\)](#).
3. Scopigno T., Suck J.-B., Angelini R., Albergamo F. and Ruocco G. High-Frequency Dynamics in Metallic Glasses // *Phys. Rev. PRL* **96**, 135501 (2006).

**Решение краевых задач методами Монте-Карло: блуждание по сетке со случайным шагом и использование диффузионного приближения линейной теории переноса****Кочкарева Яна Викторовна**

Аспирант

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,

Обнинский институт атомной энергетики

факультет кибернетики, Обнинск, Россия

E-mail: yan\_ka\_ko@mail.ru

В данной работе рассмотрена модернизация метода Монте-Карло для решения краевых задач для уравнений параболического и/или эллиптического типа [3], основанная на блуждании по сетке со случайным шагом. Решение, полученное этим методом должно сойтись к истинному решению при малом шаге, причем закон распределения шага сетки не важен.

Рассмотрена задача блуждания частицы на полупрямой. Пусть поток частиц падает на бесконечное полупространство  $X > 0$  перпендикулярно плоскости  $X = 0$ . Предположим, что длина свободного пробега  $l$  каждой из частиц распределена экспоненциально с параметром  $\beta$ . Будем считать, что при столкновении с атомами вещества частицы не поглощаются и с одинаковой вероятностью перемещаются на один шаг по направлению оси  $OX$  или против оси  $OX$ . Предположим также, что перенос частиц односкоростной. Требуется найти вероятности первого возвращения частиц в начало координат за фиксированное число шагов.

Границу среды расположим в начале координатной оси. Частица сделает  $i$  шагов в положительном направлении оси  $OX$  и  $j$  шагов в противоположном направлении.

Обозначим длину свободного пробега как  $l^+$  в случае движения частицы по оси  $OX$  и  $l^-$  в случае ее движения против оси. Тогда общий пробег частицы в положительном направлении и ее общий пробег в отрицательном направлении будут вычисляться так:

$$L^+ = \sum_{k=1}^i l_k^+ \text{ и } L^- = \sum_{k=1}^j l_k^- . \text{ Частица вылетает из среды при условии, что } L^- > L^+ .$$

Каждая из величин  $l^+$  и  $l^-$  имеет экспоненциальное распределение по условию задачи, их сумма имеет гамма-распределение. Пусть  $\xi_1 \sim \Gamma(\alpha_1, \beta)$  и  $\xi_2 \sim \Gamma(\alpha_2, \beta)$  — независимые случайные величины. Найдем функцию распределения случайной величины  $\xi_1 / \xi_2$ .

$$F_{\xi_1, \xi_2}(z) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2)}{\Gamma(\alpha_1) \cdot \Gamma(\alpha_2)} \frac{1}{(z+1)^{\alpha_2}} \left( -\frac{1}{\alpha_2} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_2 + 1} \frac{1}{z+1} + \dots + (-1)^{\alpha_1-1} \frac{(z+1)^{1-\alpha_1}}{\alpha_1 + \alpha_2 - 1} \right) & z > -1 \\ 0 & z \leq -1 \end{cases}$$

Тогда вероятность вылета частицы из среды определяется так:

$$P(L^- > L^+) = P\left(\frac{L^-}{L^+} > 1\right) = 1 - P\left(\frac{L^-}{L^+} < 1\right) = 1 - F_{\xi_1, \xi_2}(1) = 1 - \sum_{l=1}^j \frac{1}{2^{i+l-1}} K(i-1, l-1)$$

где  $K(i, j)$  — перестановки с повторениями.

Вероятность первого возвращения частицы в начало координат за  $i$  шагов вдоль оси OX и  $j$  шагов против оси:

$$P_{i,j}(z < 0) = \left( \frac{1}{2^{i+j-1}} K(i-1, j-1) \right)^2 \frac{i+j-1}{i \cdot j}$$

В работе показано, что при стремлении шага сетки к нулю, приближение к точному решению краевой задачи зависит от закона распределения шага [2]. Это противоречит предположению о независимости метода блуждания по случайной сетке от закона распределения шага.

В работе представлены результаты вычислительных экспериментов, которые основаны на возможности формулировки краевых задач для уравнений параболического и/или эллиптического типа в терминах теории переноса [1]. Эти результаты были сопоставлены с аналитическими решениями тех же модельных задач.

Рассмотрим для ограниченной области  $G$  с границей  $\Gamma$  трехмерного евклидова пространства следующую краевую задачу. Задано линейное параболическое (эллиптическое) дифференциальное уравнение второго порядка

$$a(\mathbf{r}) \cdot \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla K(\mathbf{r}) \nabla T(\mathbf{r}, t) + q(\mathbf{r}, t) = 0$$

с граничными условиями третьего рода

$$K(\mathbf{r})(n \nabla T(\mathbf{r}, t))_{\Gamma} = h(\mathbf{r}_{\Gamma}, t)(T(\mathbf{r}_{\Gamma}, t) - T_0(\mathbf{r}_{\Gamma}, t))$$

и начальными условиями

$$T(\mathbf{r}, 0) = 0$$

Найдем решение этой задачи методом, основанным на использовании диффузионного приближения для кинетического уравнения.

$$\Phi(r,t) = \gamma^{-1} \Psi_{\gamma}(r,t) + \Delta_{\gamma}(r,t),$$

где  $\gamma$  — масштаб изменения сечений,  $\Psi_{\gamma}$  — плотность потока при заданном  $\gamma$ ,  $\Delta_{\gamma}$  — функция-невязка:  $\Delta_{\gamma} = c_1 e^{-c_2 \gamma}$ .

$\Phi(r,t)$  — решение задачи переноса, которое аппроксимирует решение краевой задачи для уравнения теплопроводности. Точность решения  $\Phi(r,t)$  улучшается при увеличении масштаба изменения сечения  $\gamma$ . Величина полного сечения и альbedo меняется при изменении масштаба сечения:

$$\Sigma(r) = \frac{\gamma}{3K(r)} \qquad \alpha(r,t) = \frac{\gamma - 2h(r,t)}{\gamma + 2h(r,t)}$$

С помощью данного метода были решены краевые задачи для разных законов распределения внутренних источников: бесконечный барьер с точечным и экспоненциальным источником, кусочно-однородный бесконечный барьер с точечным источником.

Для каждого вида распределения источника  $q(x)$  показана сходимость решения уравнения переноса к решению краевой задачи при увеличении реального масштаба сечения. Решение можно получить с большой точностью только при увеличении  $\gamma$ , но длительность расчетов при этом резко возрастает.

#### Литература:

1. Андросенко П.А., Ломтев В.Л. Решение краевых задач методом Монте-Карло в приближении теории переноса излучений // [Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов](#). М. 2006. № 1. С. 44-53.
2. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1975;
3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, том 1. М.: Мир, 1964.

## Гидродинамика и теплообмен во входном участке кольцевого канала

Ислямов И.Ш., Васильев А.А.

студенты

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
институт природных ресурсов, кафедра транспорта и хранения нефти и газа, г.Томск,  
Россия

E-mail: iish-88@yandex.ru

Исследование трения и теплоотдачи во входных участках каналов требует детального представления о закономерностях молярного переноса импульса и тепла. Предположим, что течение осесимметричное в среднем. Источники тепла, возникающие в результате химических реакций, отсутствуют. Система уравнений, описывающая течение и теплообмен на начальном участке трубы, имеет вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0; \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{u_r u_\varphi}{r} \right) = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(\mu + \mu_t) \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} [(\mu + \mu_t) \frac{\partial u_\varphi}{\partial z}] - (\mu + \mu_t) \frac{u_\varphi}{r^2} \right); \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(\mu + \mu_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} [(\mu + \mu_t) \frac{\partial u_z}{\partial z}] \right); \quad (3)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(\mu + \mu_t) \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} [(\mu + \mu_t) \frac{\partial u_r}{\partial z}] - (\mu + \mu_t) \left( \frac{u_r}{r^2} + \frac{\rho u_\varphi^2}{r} \right); \quad (4)$$

$$\rho c_p \left( u_z \frac{\partial T}{\partial z} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r(\lambda + \lambda_t) \frac{\partial T}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} [(\lambda + \lambda_t) \frac{\partial T}{\partial z}] + \frac{Dp}{Dt} + (\mu + \mu_t) \left( \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 + 2 \left( \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 \right) \right); \quad (5)$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_z \frac{\partial}{\partial z} + u_r \frac{\partial}{\partial r}; \quad 2\pi \int_{R_1}^{R_2} u_z r dr = G(t); \quad \mu, \lambda, c_p = f(T); \quad (6)$$

Замыкание определяющих уравнений проводится по К-Л модели, так как она более экономична при получении решения и эффективна в описании низкорейнольдсовых процессов. Уравнения баланса кинетической энергии турбулентных пульсаций вблизи твердой поверхности, пренебрегая изменением кинетической энергии вдоль азимутальной координаты, имеют вид:

$$\rho \left( u_z \frac{\partial E}{\partial z} + u_r \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{dE}{dt} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(\mu + \mu_t b_1) \frac{\partial E}{\partial r} \right) + \mu_t \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)^2 - \frac{b_2(\mu + b_1 \mu_t)}{L^2} E; \quad (7)$$

$$\rho \left( u_z \frac{\partial L}{\partial z} + u_r \frac{\partial L}{\partial r} + \frac{\partial L}{\partial t} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(\mu + \mu_t b_3) \frac{\partial L}{\partial r} \right) - b_4 \frac{L}{E} \mu_t \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)^2 + B b_5 \sqrt{E \rho} \left( 1 - \frac{L^2}{(R-r)^2} \right); \quad (8)$$

Значения констант  $b_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ ) и выражение для  $B$  в К-Л модели следующие:  $b_1=0,4$ ;  $b_2=3,93$ ;  $b_3=0,35$ ;  $b_4=0,125$ ;  $b_5=f(c, Ri)$ ;  $B=b_6+b_7/Re_i$ ;  $b_6=0,3$ ;  $b_7=1,75$ , где  $Ri$  – число Ричардсона.

При расчете используем модификацию Лаундера-Шарма и введем коэффициент Ричардсона:

$$Ri = \frac{\frac{u_\varphi}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r}}{\left[ \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} \right)^2 \right]}; \quad (9)$$

Характерные значения тонких параметров турбулентности в начальный момент времени представляют собой однородные распределения. Масштаб турбулентности зададим с помощью эмпирического соотношения Прандтля - Никурадзе:

$$\frac{L_0}{R} = l_0 + l_1 \left(\frac{2}{R}\right)^2 + l_2 \left(\frac{2}{R}\right)^4, \quad E_0 = \frac{3}{2} U_0 T u^2, \quad (10)$$

где  $Tu$  – степень турбулентности.

При определении турбулентных напряжений используется связь Буссинеска:

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}; \quad (11)$$

Заметим, что изучаются режимы с малыми значениями закрутки потока:

$$Ro = \frac{u_\varphi}{u_z} \leq 0,1. \quad (12)$$

В силу чего, пренебрегаем турбулентным напряжением:

$$\overline{\rho u_r u_\varphi}, \overline{\rho u_z u_\varphi}.$$

Из сказанного следует, что коэффициенты молярного переноса импульса и тепла необходимо определять по подходу Колмогорова - Прандтля соотношениями:

$$(-\overline{\rho u_z u_r}) = \mu_t \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right); \quad \mu_t = \alpha Re_t f_\mu(Re_t); \quad Re_t = \rho \sqrt{EL} / \mu; \quad \alpha = 0,2; \quad \lambda_t = \frac{\mu_t c_p}{Pr_t}; \quad (13)$$

Интегрирование системы уравнений осуществляется в области  $z \in [0, L], r \in [R_1, R_2]$  при условиях:

-на стенках:

$$r = R_1 = R_2 : u_z = u_r = E = L = 0, T = T_w, u_\varphi(R_1) = \omega_1, u_\varphi(R_2) = \omega_2; \quad (14)$$

-на входе:

$$z = 0, r \in [R_1, R_2] : u_z = U_0, u_r = V_0, u_\varphi = W_0, E = E_0, L = L_0, T = T_0; \quad (15)$$

-на выходе:

$$z = Z_k : \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0; \quad (16)$$

Индекс 0 относится к входному сечению, w - к границе жидкость - стенка.

В начальный момент времени имеем:

$$t = t_0, z \in [0, X_k], r \in [R_1, R_2] : T = T_n, u_z = U, u_r = V, u_\varphi = W; \quad (17)$$

Основной особенностью, наблюдавшейся во всех экспериментах, был перемежающийся характер режима течения. Вблизи стенки регулярно появлялись замедленно движущиеся слои толщиной от  $10\nu/u_*$  до  $20\nu/u_*$  ( $u_*$  - динамическая скорость,  $\nu$  - кинематическая вязкость), вытянутые вдоль потока. Расстояние между слоями имело величину порядка  $100\nu/u_*$ .

В области чисел Рейнольдса от  $10^5$  до  $10^6$  нагревание приводит к значительному повышению сопротивления трения. Отсюда видно, что нагревание понижает критическое число Рейнольдса, что и влечет за собой заметное увеличение сопротивления трения в области чисел Рейнольдса, которая соответствует переходу ламинарной формы течения в турбулентную. Стабилизирующее и соответственно возмущающее действие теплопередачи на стенке обуславливается в основном зависимостью коэффициента вязкости  $\mu$  от температуры.

### Литература

1. Бубенчиков А.М., Комаровский Л.В., Харламов С.Н. Математические модели течения и теплообмена во внутренних задачах динамики вязкого газа. - Томск: Изд.-во Том. ун-та, 1993. - 178 с.

**Модель термического пика для исследования тепловых процессов в  
высокотемпературных сверхпроводниках при облучении тяжелыми ионами  
высоких энергий**

**Тухлиев Зафар Камаридинович**

*стипендиат*

*Объединенный Институт Ядерных Исследований  
Лаборатория Информационных Технологий, г. Дубна, Россия  
E-mail: [zafar\\_23@mail.ru](mailto:zafar_23@mail.ru)*

В работе сформулирована модель термического пика [1] для описания температурных процессов в многослойной структуре высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) второго поколения – Ag/YBaCuO/Хастеллой. Эта модель в настоящее время широко применяется для исследования воздействия тяжелых заряженных частиц на материалы, в том числе, с различными структурами [2]. Разработана численная схема для решения уравнений модели термического пика. Проведен анализ устойчивости и сходимости численной схемы. На основе проведенного численного эксперимента установлено, что при облучении структуры Ag/YBaCuO/Хастеллой ионами  $^{40}\text{Ar}^{8+}$  (с энергией 48 МэВ),  $^{84}\text{Kr}^{17+}$  (с энергией 112 МэВ) и  $^{132}\text{Xe}^{27+}$  (с энергией 167 МэВ) может происходить фазовый переход твердое тело-плавление для всех ионов во втором слое YBaCuO (рис. 1). На основе полученных результатов определены характерные размеры областей с локальными фазовыми переходами и проведено сравнение полученных расчетных результатов с имеющимися экспериментальными данными.

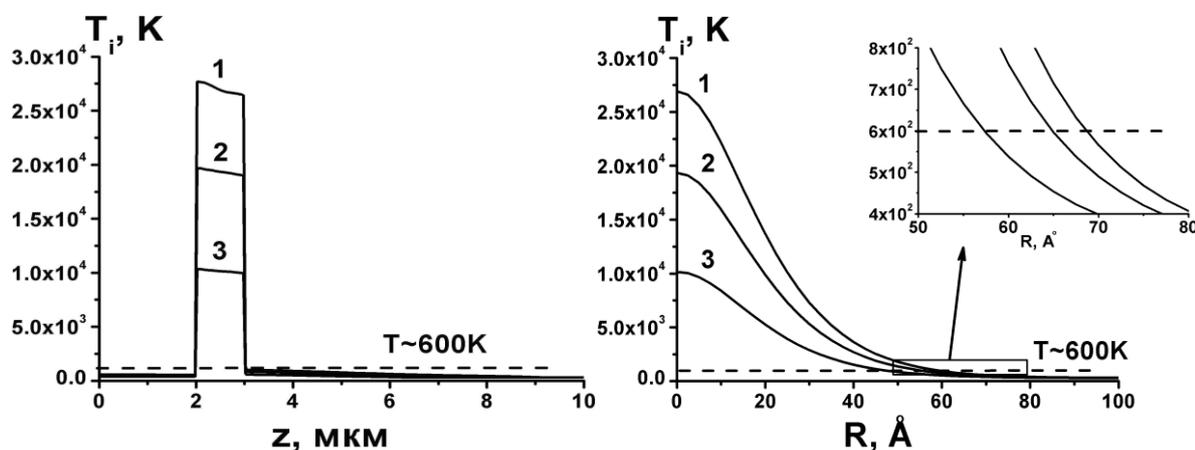


Рис.1. Профиль температуры решетки по глубине трехслойной структуры Ag(2мкм) /ВТСП (1мкм) /Хастеллой (слева) и радиальный профиль температуры слоя ВТСП (глубина  $z = 2.5$  мкм) (справа) при облучении различными ионами (1 – ксенон (167 МэВ), 2 – криптон (112 МэВ), 3 – аргон (48 МэВ)) в момент времени  $t = 10^{-13}$  с (штрихованной линией показана значение температуры в котором начинается выделение кислорода и изменяется свойства ВТСП слоя).

### Литература

- [1]. М.И.Каганов, И.М.Лифшиц, Л.В.Танатаров. Теория релаксационных изменений в металлах. Атомная Энергия, 1959, Т.6, с.391–402.
- [2]. Амирханов И.В., Дидык А.Ю., Музафаров Д.З. и др. Применение нелинейной модели термического пика для расчета температурных эффектов в двухслойных и

многослойных структурах при облучении их ионами высоких энергий. Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования, 2009, №12, с.58-66.

**Учёт фазового перехода в протяженной области при кристаллизации полиэтилена**  
**Сивцева Виктория Владимировна**

*Аспирант*

*Северо-Восточный федеральный университет имени М.К.Аммосова,  
институт математики и информатики, Якутск, Россия*

*E-mail: v01s12@mail.ru*

Согласно нормативным документам, сварку полиэтиленовых труб можно проводить при температурах ОВ от - 15 до + 45 °С. Сварку при температурах ОВ ниже регламентируемых рекомендуется проводить в конструкциях обеспечивающих соблюдение данного режима. Однако такая сварка связана с большими энергетическими непроизводительными затратами и длительными подготовительными работами, что недопустимо в аварийных ситуациях. Таким образом, актуальной проблемой является разработка методов и средств оперативной сварки полиэтиленовых труб в зимних условиях в регионах с холодным климатом, где температуры окружающего воздуха (ОВ) достигают значений ниже минус 15 °С. При низких температурах ОВ технологические режимы, обеспечивающие такую же динамику температурного поля, что и при допустимых температурах ОВ, определяются на основе математического моделирования теплового процесса сварки.

Динамика температурного поля при муфтовой сварке теоретически изучена недостаточно. Теоретические результаты расчетов динамики температур хорошо совпадают с экспериментальными данными только на этапе нагрева, на этапе охлаждения достоверных сопоставлений теоретических и экспериментальных данных в литературе не приводится, что свидетельствует о недостаточной изученности процесса остывания при муфтовой сварке, при котором происходит формирование сварного соединения. Для учета теплоты фазового перехода обычно используют классическую постановку задачи Стефана. В этой постановке предполагается, что фазовый переход происходит на четко выраженной границе раздела твердой и жидкой фаз. В полиэтилене не существует такой четко выраженной границы, фазовый переход происходит в интервале температур.

Задача с фазовым переходом в спектре температур решалась методом конечных разностей по тому же алгоритму что и классическая задача Стефана. Теоретическая зависимость температуры от времени, полученная с помощью изложенного способа учета теплоты фазового перехода, с удовлетворительной для практического использования точностью описывает экспериментальную кривую. Такие же результаты получены и для других экспериментальных данных, что свидетельствует об адекватности предлагаемой математической модели реальному тепловому процессу при муфтовой сварке полиэтиленовых труб.

**Моделирование процесса создания геометрических вихревых структур в ВТСП**

*Мохненко Сергей Николаевич*

*Студент*

*Воронежский институт высоких технологий,  
факультет информационных систем и технологий, Воронеж, Россия*

*E-mail: mohnenko@yandex.ru*

Современное положение дел в области высокотемпературной сверхпроводимости диктует важность изучения свойств высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) в Шубниковой фазе. В силу необходимости учёта большого числа факторов особое место здесь занимает компьютерное моделирование динамики вихрей Абрикосова в присутствии точек пиннинга [4].

При рассмотрении вихревой решётки Абрикосова часто проводят аналогию с кристаллической решёткой твёрдого тела. Особенно интересным моментом в данной аналогии является процесс "плавления" вихревой решётки с образованием так называемой "вихревой жидкости". Экспериментально было доказано что данный фазовый переход является переходом первого рода [1]. При понижении температуры возможен и обратный процесс - замерзания вихревой жидкости в вихревое стекло, который в отличие от плавления является фазовым переходом второго рода [2-3]. Вихревое стекло в отличие от вихревой решётки состоит разупорядоченном расположении вихрей.

Основная идея данной работы заключается в моделировании попыток сформировать вихревые структуры заданной формы за счёт управления динамикой вихревой жидкости путём динамического пиннинга и динамическом нагреве определённых точек в сверхпроводнике. Используя фазовый переход в вихревое стекло мы можем зафиксировать необходимое нам положение вихрей.

В рамках теории Гинзбурга-Ландау было проведено имитационное моделирование поведения вихревой жидкости. Суть модели заключалась в следующем - функционал Гинзбурга-Ландау выражался в виде гамильтониана системы, который представляет собой сумму энергий взаимодействия различных типов вихрей между собой и с точками пиннинга. Моделирование проводилось на дискретном числе точек на поверхности сверхпроводника. На каждом шаге моделирования, последовательно для каждого вихря вычислялся гамильтониан системы, после этого вихрь поочередно перемещается в каждую из восьми точек окружающих изначальное положение вихря. Для каждого нового положения заново рассчитывается гамильтониан системы. Далее определяется точка с минимальным гамильтонианом. В это место перемещается текущий вихрь окончательно для этого шага. После этого цикл переходит к следующему вихрю системы.

Моделирование позволит выявить наиболее оптимальные пути формирования вихревых структур различных геометрических форм. Полученные результаты могут

быть полезны для разработки запоминающих устройств и метода удержания Бозе-эйнштейновского конденсата в сверхпроводниках [5].

### Литература

1. Brezin E., Nelson D.R., and Thiavill A.// Phys. Rev. B31, 7124 (1985).
2. Fisher M.P.A.// Phys. Rev. Lett. 62, 1415 (1989).
3. Fisher D.S., Fisher M.P.A., and Huse D.A.// Phys.Rev. B43, 130 (1991).
4. Pogosov W.V., Misko V.R., Zhao H.J., and Peeters F.M.// Phys. Rev. B 79, 014504 (2009).
5. Shimizu F., Hufnagel C., Mukai T.// Phys. Rev. Lett. 103, 253002 (2009).

### Оптическая модель круглого бриллианта

*Васильев Николай Владимирович*<sup>1</sup>

*студент*

*Физико-технический институт, радиотехнический факультет, Якутск, Россия*

*E-mail: spellman001@mail.ru*

В связи с развитием алмазно-гранильного производства в Республике Саха-Якутия задача проектирования бриллиантов с наилучшими оптическими свойствами стала актуальной. Благодаря наличию современных мощных компьютерных технологий и программных средств в настоящее время имеется возможность построить эффективные компьютерные модели будущих бриллиантов. Моделируя процессы отражения и преломления света в бриллианте, можно создать фотореалистическую визуализацию продукта с заданными параметрами, что позволяет провести предварительный численный эксперимент при проектировании бриллианта.

В настоящей работе создана обобщенная геометрическая модель для бриллиантов круглой и фантазийных форм. Для фантазийных форм бриллиантов найдена общая формула, полученная из геометрии круглого бриллианта. Создана модель «алмазной линзы», с помощью которой получают изображения фигур, помещенных в алмазную среду. На основе данных о значениях интенсивности отраженного света от каждой грани и павильона, и коронки с учетом преломления полученных численным методом и с помощью модели «алмазной линзы» разработан алгоритм математической модели фотореалистической визуализации круглого бриллианта. Предварительная реализация алгоритма произведена в пакете MathCad. Проведено сравнение модели с фотореалистической визуализацией бриллиантов, полученной с помощью пакета 3D Studio Max.

---

<sup>1</sup> Автор выражает признательность д.ф.-м.н. Яковлеву Б.В. за помощь в подготовке тезисов.

**Компьютерное моделирование физических явлений в пакете Maple**

**Дьяконов Степан Степанович**

*студент*

*Северо-восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова,*

*Радиотехнический факультет, Якутск, Россия*

*E-mail: dstp@mail.ru*

Использование систем компьютерной математики (СКМ) при решении физических задач не является новым. Имеется ряд публикации, в которых рассмотрена возможность применения СКМ для сопровождения различных учебных дисциплин [1-3]. Для решения физических задач мы используем СКМ Maple. Maple - достаточно распространенная система, имеет мощный математический аппарат, позволяющий выполнять символьные вычисления, решать системы алгебраических и дифференциальных уравнений, операции с векторами и матрицами, писать программы, строить графики, поверхности и т.д.

Графические возможности современных СКМ позволяют достигать заметных упрощений при решении сложных физических задач. Сочетание традиционных подходов к решению задач с визуализацией подготовительных, промежуточных и результирующих этапов анализа дает студенту дополнительную информацию, способствующую снижению априорной неопределенности и достижению обоснованных результатов. Такой подход иллюстрируется на примере решения уравнения движения частицы в сферически симметричных потенциалах (потенциале Морса, Хюльтена и Кратцера). С помощью пакета Maple вычислены уровни энергии и соответствующие им волновые функции.

**Литература**

1. Поршнева С.В. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием пакета MathCAD. М.: Горячая линия – Телеком, 2002.
2. Поршнева С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете Matlab. М.: Горячая линия – Телеком, 2003.
3. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике физике и образовании. М.: Солон – Пресс, 2006.

**Гарантированное управление реактором на тяжелой воде****Разуваева Анна Павловна**

Студент

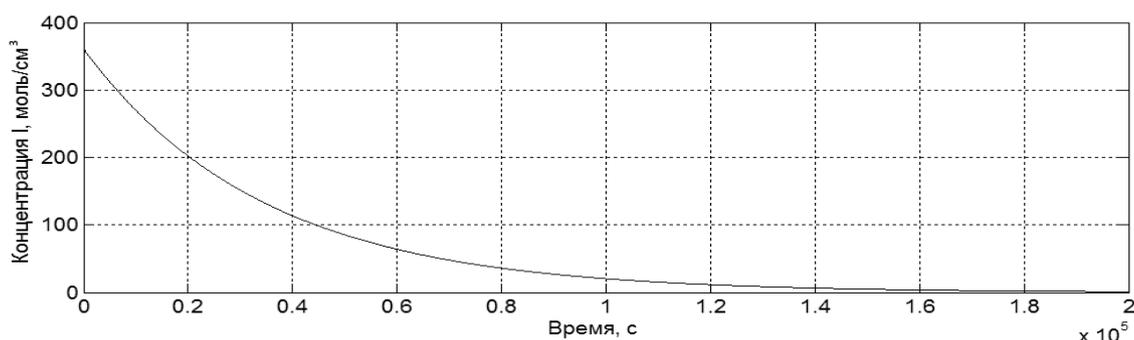
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
физический факультет, Москва, РоссияE-mail: [anechkar1@yandex.ru](mailto:anechkar1@yandex.ru)

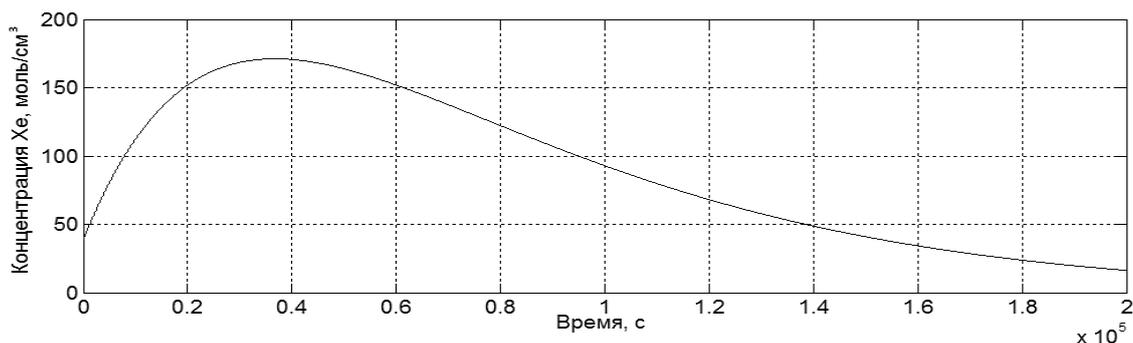
В работе используется метод синтеза гарантированного управления нелинейным объектом, в качестве которого избран реактор на тяжелой воде [3]. Метод основан на представлении исходной системы в виде ее робастной модели с постоянными параметрами [1,2]. Для описания математической модели ядерного реактора на тяжелой воде используются упрощенные уравнения динамики реактора, полученные из уравнений нейтронной диффузии.

Применение уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана (НЖБЕ) для синтеза управляющих воздействий для нелинейных систем наталкивается, как правило, на сложности аналитического и вычислительного порядков. С другой стороны, использование уравнения НЖБЕ дает возможность исследовать системы, параметры которых зависят от состояния (SDC) [5,6]. Для квадратичных функционалов качества в задаче стабилизации это позволяет осуществить переход от скалярного уравнения в частных производных (НЖБЕ) к матричному уравнению типа Риккати с параметрами, зависящими от состояния (SDRE). Следует отметить, что использование метода SDRE для решения НЖБЕ наталкивается на проблему неоднозначного представления нелинейной системы в форме SDC [5]. Отметим что, аналитического решения SDRE в общем случае получить невозможно.

Задача управления заключается в построении воздействий, которые остановят работу реактора. В качестве управляющих воздействий являются уровни тяжелой воды в каждой зоне реактора.

Результаты моделирования:

График изменения концентрации  $^{135}\text{I}$  в реакторе:График изменения концентрации  $^{135}\text{Xe}$  в реакторе:



Как видно из графиков концентраций  $^{135}\text{Xe}$  и  $^{135}\text{I}$ , после остановки реактора, количество вещества ксенона продолжает расти продолжительное время, что в свою очередь не позволяет произвести запуск реактора сразу после его остановки вследствие того, что  $^{135}\text{Xe}$  обладает большим сечением поглощения тепловых нейтронов и его высокая концентрация мешает работе реактора в нормальном режиме. После, концентрация обоих веществ убывает, что приводит к уменьшению мощности реактора до 0 примерно за 150 секунд, что примерно совпадает с результатами [4].

#### Литература

1. Афанасьев В.Н. Концепция гарантированного управления в задачах управления неопределенными объектами. Известия РАН. ТиСУ. №1, 2010.
2. Афанасьев В.Н. Управление нелинейными объектами с параметрами, зависящими от состояния Автоматика и телемеханика. (в печати). 2011.
3. G. Datatreya Reddy, Y. J. Park, B. Bandyopadhaya, A. P. Tiwari Discretetime output feedback sliding mode control of a large pressurized heavy water reactor. // 17<sup>th</sup> WC IFAC. Seoul, 2008.
4. Nifisah Khan Decentralized State-Space Controller Design of a Large PHWR, University of Ontario Institute of Technology, 2009.
5. Sakayanagi Y., Nakayama D., Shigeki N. et al. Clarification of Free Parameters of State-dependent Coefficient Form: Effect on Solving State-dependent Riccati Inequality // 17<sup>th</sup> WC IFAC. Seoul, 2008. P. 182-187.
6. Van der Schaft A.J.  $L_2$ -gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state feedback  $H_\infty$  control // IEEE. Trans. On Automatic Control. 1992. V.37. P. 770 – 784.

## Двумерный цилиндрический токовый слой

**Васько И.Ю.**

аспирант

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
физический факультет, Москва, Россия**E-mail: vaskoiy@yandex.ru*

Работа посвящена построению двумерного равновесного цилиндрического токового слоя в рамках решения системы уравнений Власова-Максвелла для квазинейтральной электрон-ионной плазмы. Предполагается, что рассматриваемая конфигурация магнитных полей и токов характерна для магнитосфер Урана и Плутона [1]. Ранее подобные модели были построены для плоской геометрии [2, 3], соответствующей токовому слою в хвосте магнитосферы Земли.

В рассматриваемой геометрии в системе присутствует две компоненты магнитного поля  $B_\rho$ ,  $B_z$  и единственная компонента векторного потенциала  $A_\phi$ , благодаря чему задачу удаётся свести к одному уравнению:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = e^{-u} \quad (1)$$

для функции  $u(x, z)$ , где  $x = \rho^2 \in \mathfrak{R}_+^1, z \in \mathfrak{R}^1$ .

Из баланса давления в системе получено, что в двумерном цилиндрическом слое с ненулевой концентрацией плазмы у оси магнитное поле заведомо имеет сингулярность. Именно при  $\rho \rightarrow 0, B_\rho \sim 1/\rho$ .

В работе построено асимптотическое решение уравнения (1) в приближении вытянутых силовых линий:  $B_\rho \ll B_z$ . Это же решение получено в результате численного исследования.

Групповыми методами получено однопараметрическое семейство точных решений уравнения (1):

$u = 2 \ln x + \phi(\xi), \xi = (z + a)^2 / x, a \in \mathfrak{R}^1$ , где функция  $\phi$  находится из уравнения:

$$(1 - \eta^2)^2 \phi_{\eta\eta} = 4(2 + e^{-\phi}) \quad (2)$$

$$\eta = \sqrt{\xi/(\xi + 4)}$$

Для функции  $\phi$  построены асимптотики при  $x \rightarrow 0$  и  $x \rightarrow +\infty$ . Получены асимптотики концентрации, плотности тока и компонент магнитного поля при  $x \rightarrow 0$  и  $x \rightarrow +\infty$ . Проведено численное исследование уравнения (2). Тем самым получены профили концентраций и токов в цилиндрических слоях, описываемых полученным классом аналитических решений.

### Литература

1. Bagenal F., Institute of Physics Publishing 2001, Dirac House, Temple Back, Bristol, BS1 6BE, UK, 2001.
2. Kan J.R., J. Geophys. Res., 1973, vol.78, p.3773-3781
3. Lembège B., Pellat R., Phys. Fluids, 1982, vol.25, p.1995-2004

**Создание программного приложения по расчету параметров свойств газов, жидкостей и их смесей****Гжимайло Петр Валентинович***Студент (магистр)**Гродненский государственный университет имени Янки Купалы,  
физико-технический факультет, Гродно, Беларусь**E-mail: petrik88@rambler.ru*

Сводки данных, обобщаемых в классических справочниках, не всегда обеспечивают потребителей полной информацией. Часто требуется знание свойств при температурах и давлениях, выходящих за пределы изученной области. Очень мало информации по свойствам смесей. В связи с этим весьма важно уметь прогнозировать (рассчитывать) свойства веществ по неполным или косвенным данным [1].

Цель данной работы, рассмотреть и систематизировать более точные методы расчета, создать прикладную систему для расчета свойств жидкостей и газов при различных условиях.

Причем, идеальная система расчета физико-химических свойств должна соответствовать условиям: 1) выдавать надежные физические и термодинамические данные для чистых веществ и их смесей при любых температурах и давлениях; 2) указывать агрегатное состояние; 3) обходиться минимальным количеством входных данных; 4) выбирать путь расчета, приводящий к минимальной ошибке; 5) указывать возможную ошибку; 6) минимизировать время расчета [2].

В данной работе рассмотрены и проанализированы наиболее удобные и достоверные методы расчета свойств. Они выбраны таким образом, что их удобно использовать при вычислении на ЭВМ. Для систематизации данных и расчетных методик была разработана прикладная система. Она базируется на экспериментальных данных, представленных в справочной литературе, и расчетных методиках, для которых отсутствуют такие данные.

Программная система содержит информацию о 618 веществах и предусматривает отображение в ней стандартных данных: молекулярная масса, нормальная температура плавления, нормальная температура кипения, критическая температура, критическое давление, критический объем, критический коэффициент сжимаемости, фактор ацентричности Питцера, плотность жидкости при опорной температуре, опорная температура, дипольный момент, стандартная теплота образования при 298К, теплота парообразования при нормальной температуре кипения, изобарный потенциал (при нормальных условиях). Для этих же веществ, программа может рассчитать для газообразного и жидкого состояния следующие свойства: плотность, коэффициент динамической вязкости, коэффициент кинематической вязкости, коэффициент теплопроводности, изобарная теплоемкость, идеально-газовая теплоемкость, давление насыщенных паров, температура насыщения, теплота испарения при температуре насыщения.

Такое программное приложение должно быть полезным преподавателям, аспирантам, студентам вузов, научным работникам и инженерам, разрабатывающим или совершенствующим процессы промышленной технологии или оборудование для их проведения, заменит многочисленные справочные пособия по свойствам веществ, сэкономит время, необходимое для проведения оценочных экспериментов.

**Литература**

1. Рид Р. Свойства газов и жидкостей / Р. Рид, Дж. Праусниц, Т. Шервуд. Л., 1982.
2. Уэйлес С. Фазовые равновесия в химической технологии. М., 1989.

## Проектирование приборов ядерной электроники в Altium Designer.

*Шмелёв И.А.*

*Студент*

*Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева*

*Физико-технический факультет, Астана, Казахстан*

*E-mail: bjik.1988@mail.ru*

Для проектирования приборов ядерной электроники была рассмотрена и изучена программа Altium Designer. В ней были спроектированы такие приборы как: сцинтилляционный детектор и счетчик Гейгера. В процессе проектирования приборов были созданы библиотеки компонент. Для сцинтилляционного детектора были спроектированы такие компоненты как: фотоэлектронный умножитель ФЭУ – 85, транзисторы – КП303Г и КП103Е, диоды 2Ц111А-1, КД102А и КС175Ц. Для счетчика Гейгера был спроектирован компонент – оптрон 4N35. Не соответствие компонентов связано с тем, что программа рассчитана на создание печатных плат по европейскому стандарту, а схемы, которые использовались при проектировании, были даны в старых обозначениях. Поэтому схемы перед проектированием прорабатывались, то есть для одних компонент находились зарубежные аналоги, а для других создавались библиотеки данных.

В дальнейшем к проектируемым приборам планируется применить аналого-цифровое моделирование, которое обеспечит:

- расчет режима работы схемы по постоянному току;
- анализ переходных процессов и спектральный анализ;
- частотный анализ;
- расчет спектральной плотности внутреннего шума;
- анализ влияния изменения температуры на работу схемы;
- анализ влияния изменения параметров элементов на работу схемы;
- статистический анализ выходных электрических параметров схемы.

При моделировании аналоговых устройств используются алгоритмы SPICE 3f5. При моделировании цифровых устройств используется алгоритм XSPICE.

Также в возможности программы Altium Designer входит FPGA (Field Programmable Gate Array) или ПЛИС (программируемая логическая интегральная схема) – проектирование. В Altium Designer имеется две возможности моделирования, во-первых, это собственный инструментарий, позволяющий промоделировать схему или исходную программу на языке VHDL, еще до выбора конечного устройства, во-вторых, для моделирования, а также для последующего синтеза и формирования конечного кода прошивки ПЛИС могут быть использованы программы поставщиков ПЛИС (Altera, Atmel, Actel, Xilinx), с учетом выбранной микросхемы. Во втором случае для результатов моделирования используется плата отладки NanoBoard.

## Литература

1. Сабунин А.Е. «Altium Designer. Новые решения в проектировании электронных устройств». Москва. Издательство СОЛОН-ПРЕСС, 2009. 432 с.
2. В.Ю. Суходольский «Сквозное проектирование функциональных узлов РЭС на печатных платах в САПР Altium Designer 6». Учебное пособие. Часть I. Санкт – Петербург. Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2008. 152 с.

**Программный комплекс для вычисления эффективных физических свойств  
пьезокомпозитных материалов**

**Криворучко Андрей Владимирович<sup>2</sup>**

*Старший преподаватель*

*Донской государственный технический университет, факультет информатика и  
вычислительная техника, Ростов-на-Дону, Россия*

*E-mail: kolandr@yandex.ru*

Композитные материалы вызывают огромный интерес как материалы, обладающие важными физическими свойствами, способными изменяться под влиянием внешних воздействий. Ранее не проводилось систематического исследования, математического расчета и моделирования эффективных свойств и связанных с ними ориентационных эффектов в композитах. В связи с этим появилась необходимость разработки комплекса вычислительных программ, вызванная отсутствием в свободном доступе программных средств для математического анализа и моделирования поведения, различных параметров композитных материалов, которые помогли бы исследованию и прогнозированию физических свойств с достаточно высокой степенью точности. Разработка вычислительных комплексов и моделирующих программ для расчета эффективных свойств композитов ведется во всем мире достаточно интенсивно. Наиболее известными являются: пакет Comsol и программный пакет университета Тор Вергата (Италия). Однако на сегодняшний день каждая из программ решает довольно узкий круг задач, что затрудняет получение полного набора констант для анализа эффективных физических свойств композитов.

В связи с этим в Донском государственном техническом университете на кафедре программное обеспечение и вычислительная техника и в Южном федеральном университете на кафедре физики полупроводников в рамках диссертационной работы Криворучко А.В.[1] спроектирован и разработан комплекс программ позволяющий получать расчетные данные по всем самым важным параметрам для пьезокомпозитов с различной микрогеометрией, формой и ориентацией включений. При проведении математических расчетов в программах используются формулы и методы, широко представленные в научной литературе [2, 3]. На входе задаются исходные параметры материалов, из которых состоит композит, и дополнительные условия, с учетом которых в дальнейшем будет произведен расчет. На выходе формируется полный набор физических констант, позволяющих спрогнозировать поведение и свойства пьезокомпозита. Полученные результаты позволяют дополнить имеющиеся данные по эффективным свойствам и их анизотропии, гидростатическим параметрам, пьезоактивности и пьезочувствительности композитов, что представляется полезным для исследователей, работающих в области физики сегнето-, пьезоэлектрических и родственных материалов, механики пьезокомпозитов и гетерогенных сред. Результаты расчетов могут быть использованы при разработке пьезопреобразователей, гидрофонов, сенсоров и актюаторов на основе новых материалов. Программный комплекс по расчету эффективных физических свойств композитов разработан в математическом пакете Wolfram Mathematica 5.0.

Помимо математических расчетов программная среда позволяет строить графики и 3D поверхности для более детального анализа изучаемой научной проблемы. На сегодняшний день имеются разработанные нами программы и подпрограммы для определения эффективных физических свойств для 0-3-, 1-3-, 2-2- и 2-2-0- композитов.

В рамках создания программного комплекса проанализированы и разработаны требования, которым должен удовлетворять программный

---

<sup>2</sup> Автор выражает признательность профессору, д.ф.-м.н. Тополову В.Ю. за научное руководство и помощь в подготовке тезисов.

продукт для математического расчета и моделирования эффективных физических свойств композитных материалов с различными типами связности. С учетом поставленных требований были построены математические модели, которые были успешно реализованы в программном продукте. По результатам расчетов проведенных с помощью программ мы получили и смоделировали физические свойства композитных материалов с различными типами связности и формой включений, а так же провели проверку полученных данных с расчетами и экспериментальными данными зарубежных ученых [4, 5], которые проводились независимо от нас другими методами и программными средствами. Стоит отметить, что погрешность вычислений составляет не более 5%.

В программном продукте учтена возможность доработки и добавления функционала сторонними разработчиками, что позволяет с легкостью модифицировать исходный код. Надежность реализации программы и правильность выбранного способа расчетов, а так же простота его использования были подтверждены защитой диссертации Криворучко А.В. [1] на соискание степени кандидата физико-математических наук. Текущая версия программного продукта может быть использована в учебных заведениях и организациях, занимающихся исследованиями и разработкой композитных материалов с различной микрогеометрией и различными физическими свойствами. Также очевидна необходимость в дальнейшем развитии и наращивании функционала программного комплекса.

### Литература

1. Криворучко, А.В. Эффекты комбинирования физических свойств и ориентационные эффекты в сегнетоактивных композитах: дисс.... канд. техн. наук: 01.04.07 Воронеж, 2009. – 184 с.: ил.
2. T. Mori, K. Tanaka. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions // *Acta Metall.* – 1973. – Vol.21, N 5. – P.571–574.
3. F. Levassort, V.Yu. Topolov, M. Lethiecq. A comparative study of different methods of evaluating effective electromechanical properties of 0–3 and 1–3 ceramic / polymer composites // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2000. – Vol.33, N 16. – P.2064–2068.
4. H.L.W. Chan, J. Unsworth. Simple model for piezoelectric ceramic / polymer 1–3 composites used in ultrasonic transducer applications // *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., a. Freq. Contr.* – 1989. – Vol.36, N 4. – P. 434–441.
5. J.H. Huang, W.-S. Kuo. Micromechanics determination of the effective properties of piezoelectric composites containing spatially oriented short fibers // *Acta Mater.* – 1996. – Vol.44, N 12. – P.4889–4898.

**Компьютерная реализация морфологических методов в задачах нефтегазовой геофизики**

**Исаева А.В.**

*Аспирант*

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,*

*физический факультет, Москва, Россия*

*E-mail: [avisaeva@mail.ru](mailto:avisaeva@mail.ru)*

Морфологические методы анализа сигналов и изображений доказали свою эффективность при решении ряда задач: узнавание заданного объекта на изображении, сравнение различных изображений по форме, классификация изображений. Базовым понятием морфологических методов является математическое понятие формы. основополагающим принципам морфологического анализа посвящены работы [1, 2].

В настоящей работе показано, как морфологический аппарат может применяться для решения практических задач нефтегазовой геологии. В частности, рассмотрена проблема разработки автоматических методов анализа данных скважинной геофизики.

Типичные данные скважинной геофизики представляют собой запись величины заданного физического параметра вдоль стенки скважины и могут рассматриваться как одномерные сигналы. Форма этих сигналов зависит от свойств окружающей скважину породы и отражает чередование геологических пропластков. В свою очередь, форма участков сигналов, отвечающих одному и тому же пропластку, определяется внешними условиями, которые существовали в момент формирования данного пропластка. Поэтому разумно ожидать, что форма участков различных каротажных кривых, отображающих один и тот же пропласток, будет сходной. На этом предположении основывается предложенный в данной работе морфологический алгоритм выделения и сопоставления пропластков.

Морфологический алгоритм работы с данными скважинной геофизики был реализован в программном комплексе, позволяющем считывать, визуализировать и обрабатывать результаты геофизических исследований скважин. Показан пример работы алгоритма на экспериментальных данных о пористости вдоль траекторий скважин реального нефтяного месторождения.

### **Литература**

1. Рут'ев Ю.Р. Morphological Image Analysis // Pattern Recognition and Image Analysis. 1993. V. 3. No. 1. P. 19–28.
2. Пытьев Ю.П., Чуличков А. И. Методы морфологического анализа изображений. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2010.

## Моделирование магнитосферных токов Земли

**Черемных А.В.**

старший преподаватель

*Ульяновский государственный университет, филиал в г. Димитровграде,  
естественнонаучный факультет, г. Димитровград, Россия*[aldw@mail.ru](mailto:aldw@mail.ru)

К основным источникам магнитосферного поля относят: внутриземные токи; поверхностные токи на магнитопаузе, экранирующее поле внутренних источников; токи в нейтральном слое хвоста магнитосферы и замыкающие их токи на поверхности хвоста магнитосферы; кольцевой ток и продольные токи, образующие трехмерные токовые системы вместе с замыкающими их токами в ионосфере и магнитосфере. Также на магнитосферное поле влияет проникающее внутрь межпланетное магнитное поле.

Необходимо отметить существенное различие между задачей моделирования поля внутриземных источников и задачей для магнитосферных источников поля. Это связано прежде всего с тем, что поле внутриземных токов можно считать постоянным с точностью до вековых вариаций, в отличие от поля магнитосферных источников, которое непосредственно связано с меняющимися гелиогеографическими условиями.

Регулярное магнитное поле в магнитосфере Земли может быть представлено в виде суммы [1]:

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{int}} + \vec{B}_{CF} + \vec{B}_t + \vec{B}_r + \vec{B}_{fac},$$

где  $\vec{B}_{\text{int}}$  - магнитное поле внутриземных источников,  $\vec{B}_{CF}$  - магнитное поле токов Чепмена-Ферраро на магнитопаузе,  $\vec{B}_t$  - поле токов магнитосферного хвоста,  $\vec{B}_r$  - поле кольцевого тока,  $\vec{B}_{fac}$  - поле продольных токов.

Динамические модели магнитосферных источников должны учитывать меняющиеся гелиогеографические координаты. К таким моделям относят модель T01 Цыганенко (учитывает изменение солнечного ветра) и последующие; параболоидную модель A2000 Алексеева (учитывает тонкие токи на магнитопаузе и хвостовые токи). В этих моделях каждый источник магнитного поля зависит от собственного набора параметров, который определяет его уникальную динамику в меняющихся условиях геомагнитной активности [2].

**Литература:**

1. Модель космоса: научно-информационное издание: в 2 т. / Под ред. М.И.Панасюка, Л.С.Новикова. – Т.1: Физические условия в космическом пространстве. – М.: КДУ, 2007. – 872 с.

2. Плазменная гелиогеофизика. В 2 т. Т.1 / Под ред. Л.М.Зеленого, И.С.Веселовского. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 672 с.

**Численное моделирование электровихревых течений**

**Казак Олег Викторович**

*Аспирант*

*Донецкий национальный университет,  
физический факультет, Донецк, Украина*

*E-mail: olegkazak@yandex.ru*

Электровихревые течения (ЭВТ), возникающие под действием электромагнитных сил при пространственной неоднородности плотности тока в жидком проводнике, наблюдаются во многих технологических процессах: электрометаллургический переплав, электродуговая сварка, выращивание кристаллов полупроводников и т.д. Поэтому выявление закономерностей и особенностей ЭВТ имеет большое теоретическое и практическое значение. В данной работе представлены результаты численного моделирования ЭВТ для модельных задач различных технологических процессов.

Для численного моделирования ЭВТ адаптирована модель магнитной гидродинамики. Компьютерное моделирование ЭВТ рассматривалось как задача мультифизики, решение которой выполняется поэтапно: 1-й этап – моделирование электромагнитных полей; 2-й этап – моделирование электровихревых течений, 3-й этап – моделирование электровихревых течений с учетом конвекции. Для программной реализации разработанного алгоритма были выбраны пакеты ANSYS Multiphysics и ANSYS CFX. Первоначально при отладке методов и подходов для моделирования ЭВТ расчеты были проведены для ламинарных ЭВТ, имеющих известное решение [1]. Затем расчеты проводились для турбулентных течений, экспериментально исследованных на лабораторной установке [2]. На следующем этапе, используя отработанные методы и подходы, были изучены электровихревые течения для целого ряда электросталеплавильных печей постоянного тока с подовым электродом. Исследования проводились как для осесимметричных цилиндрических печей, так и для новейших печей сложной геометрической формы, в том числе и для 420 тонной печи фирмы DANIELI [4, 5]. Результаты расчетов сравнивались с аналитическими оценками, расчетами различными программными пакетами и экспериментальными данными по повышенному износу футеровки [3].

Для верификации полученных данных аналогичные расчеты проводились в пакете COMSOL. Хорошее совпадение результатов, полученных разными методами и пакетами, как между собой, так и с теоретическими и экспериментальными данными по всем характеристикам ЭВТ на разных режимах в различных установках говорит о надежности методов и достоверности полученных результатов.

**Литература**

1. Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И., Щербинин Э.В. Электровихревые течения. Рига: Зинатне, 1985. – 315 с.
2. Жилин В. М., Ивочкин Ю. П., Оксман А.А., Тепляков И. О., Вавилов С. Н. Исследование тепловых и гидродинамических эффектов, сопровождающих растекание электрического тока в объеме жидкого металла // VI Minsk international heat and mass transfer for UM MIF 2008, MINSK, MAY 19-23, 2008 A.V.Luikov Heat and mass transfer institute. CD - presentation. Section 9.
3. Зайцев В.А., Медовар Л.Б. Подовые электроды дуговых печей постоянного тока // СЭМ №2 2009 г. – С. 3-8
4. Казак О.В., Семко А.Н. Электровихревое движение расплава в печах постоянного тока с подовым электродом // Инженерно-физический журнал, 2011, Том 84 №1. – С. 209-217
5. <http://www.danieli.com>