Секция «Математика и механика»

Определение функций источника системы составного типа для задачи Коши и второй краевой задачи

Копылова Вера Геннадьевна
Студент
Сибирский федеральный университет, Институт математики и фундаментальной информатики, Красноярск, Россия
E-mail: kopylova.vera@mail.ru

В полосе $G_{[0,T]} = \{(t,x) \mid 0 \leqslant t \leqslant T,\, x \in E_1\}$ рассматривается задача определения действительнозначных функций $\big(u(t,x), v(t,x), g_1(t), g_2(t)\big)$, удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} \overset{\varepsilon}{u}_t(t,x) + a_{11}(t)\overset{\varepsilon}{u}(t,x) + a_{12}(t)\overset{\varepsilon}{v}(t,x) = \mu_1 \overset{\varepsilon}{u}_{xx}(t,x) + \overset{\varepsilon}{g}_1(t) f(t,x), \\ \varepsilon\overset{\varepsilon}{v}_t(t,x) + a_{21}(t)\overset{\varepsilon}{u}(t,x) + a_{22}(t)\overset{\varepsilon}{v}(t,x) = \mu_2 \overset{\varepsilon}{v}_{xx}(t,x) + \overset{\varepsilon}{g}_2(t) F(t,x), \end{cases} \tag{1}$$

$\varepsilon > 0 - const$, начальным условиям

$$\overset{\varepsilon}{u}(0,x) = u_0(x), \quad \overset{\varepsilon}{v}(0,x) = v_0(x), \tag{2}$$

и условиям переопределения

$$\overset{\varepsilon}{u}(t,x_0) = \varphi_1(t), \quad \varphi_1 \in C^2[0,T], \tag{3}$$

$$\overset{\varepsilon}{v}(t,x_0) = \varphi_2(t), \quad \varphi_2 \in C^2[0,T], \tag{4}$$

где $\varphi_i(t), i = 1,2$ - заданные функции на $[0,T]$.

В (1) коэффициенты $a_{ij}(t)$ заданы на отрезке $[0,T]$, функции $f(t,x)$, $F(t,x)$ заданы в $G_{[0,T]}$, μ_1, $\mu_2 = const > 0$.

Считаем, что согласованы входные данные задачи (1)-(4).

В предположении достаточной гладкости входных данных:

- Доказана разрешимость задачи (1)-(4) при каждом фиксированном ε.
- При условии периодичности по x и четности входных данных f, F, u_0, v_0 доказано существование достаточно гладкого решения задачи определения $\overset{\varepsilon}{u}, \overset{\varepsilon}{v}, \overset{\varepsilon}{g}_1, \overset{\varepsilon}{g}_2$ в $\overline{Q}_T = [0,T] \times [0,l]$ при краевом условии второго рода
$$\overset{\varepsilon}{u}_x(t,0) = \overset{\varepsilon}{v}_x(t,0) = \overset{\varepsilon}{u}_x(t,l) = \overset{\varepsilon}{v}_x(t,l) = 0, \quad t \in [0,T]. \tag{5}$$
- Доказано существование решения u, v, g_1, g_2 второй краевой задачи (1.1^0) - (1.5^0), где
$$u = \lim_{\varepsilon\to 0} \overset{\varepsilon}{u}, \quad v = \lim_{\varepsilon\to 0} \overset{\varepsilon}{v}, \quad g_1 = \lim_{\varepsilon\to 0} \overset{\varepsilon}{g}_1, \quad g_2 = \lim_{\varepsilon\to 0} \overset{\varepsilon}{g}_2,$$
и через (1.1^0) - (1.5^0) обозначены соответственно (1) - (5) при $\varepsilon = 0$ (при $\overset{\varepsilon}{u} = u, \overset{\varepsilon}{v} = v, \overset{\varepsilon}{g}_1 = g_1, \overset{\varepsilon}{g}_2 = g_2$).
- Получена оценка скорости сходимости $\overset{\varepsilon}{u}$, $\overset{\varepsilon}{v}, \overset{\varepsilon}{g}_1, \overset{\varepsilon}{g}_2$ соответственно к u, v, g_1, g_2 при $\varepsilon \to 0$.