

Секция «Математика и механика»

О скорости распространения ударной волны для уравнения Хопфа с трением

Хасанов Тимур Айратович

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: hotjag@mail.ru

Мы изучаем задачу Коши для уравнения Хопфа с трением, зависящем от времени

$$u_t + uu_x = -\mu u, \quad u(0, x) = u_0(x) \quad (1)$$

$u = u(t, x)$, $t \geq 0$, $x \in \mathbb{R}$, $\mu = \mu(t) > 0$ – непрерывная функция. Если начальное данное гладкое, то до некоторого момента времени $t = t_* > 0$, определяемого начальными данными и свойствами коэффициента трения, решение задачи Коши также остается гладким. Это решение может быть найдено, по крайней мере неявно, стандартным образом при помощи уравнений характеристик. Однако после момента потери гладкости приходится вводить обобщенное решение точно так же, как это делается для закона сохранения без трения (например, [1]). Мы рассматриваем уравнение (1) как закон баланса величины $I(t) = \int_{\mathbb{R}} u dx$. Для того, чтобы явно проследить поведение решения задачи Коши до момента образования особенности и после, мы выбираем начальные данные специального вида с компактным носителем. В некоторых случаях удалось получить явное решение данного уравнения и провести качественную оценку асимптотики распространения носителя решения в зависимости от вида $\mu(t)$ аналогично тому, как это было сделано в [2] для законов сохранения без трения. Было выяснено, что носитель решения может распространяться как с конечной, так и с бесконечной скоростью.

Литература

1. Лакс П.Д. Гиперболические дифференциальные уравнения в частных производных / под ред. Розановой О.С. НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика» 2010
2. Кружков С.Н., Петросян Н.С. Асимптотическое поведение решений задачи Коши для нелинейных уравнений первого порядка. // Успехи математических наук 1987 т.42 вып.5