

Секция «Математика и механика»

Инварианты Жордана-Кронекера алгебр Ли

Козлов Иван Константинович

Аспирант

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия*

E-mail: dfkozlov@gmail.com

Скобки Пуассона A и B на многообразии M называются согласованными, если их сумма $A+B$ тоже является скобкой Пуассона. Простейший пример согласованных скобок Пуассона — это скобка Ли-Пуассона A_x и скобка с замороженным аргументом B_a на конечномерной коалгебре Ли \mathfrak{g}^* , заданные соответственно формулам

$$\{f, g\}(x) = \langle x, [df|_x, dg|_x] \rangle, \quad \text{и} \quad \{f, g\}_a(x) = \langle a, [df|_x, dg|_x] \rangle$$

Здесь $a \in \mathfrak{g}^*$ и мы воспользовались тем, что $(\mathfrak{g}^*)^* = \mathfrak{g}$. По теореме Жордана-Кронекера любую пару кососимметрических билинейных форм на конечномерном векторном пространстве над алгебраически замкнутым полем можно привести к каноническому виду (см., например, [1]). А именно, существует базис, в котором матрицы форм имеют блочно-диагональный вид и состоят из жордановых и кронекеровых блоков. Инвариантами Жордана-Кронекера пары согласованных скобок Пуассона мы будем называть следующий набор дискретных инвариантов:

- количество различных собственных значений жордановых блоков,
- количество и размеры жордановых блоков для каждого собственного значения,
- количество и размеры кронекеровых блоков.

Очевидно, что для скобок A_x и B_a эти инварианты одни и те же для точек x и параметров a общего положения. В докладе будет рассмотрен следующий вопрос: какими могут быть инварианты Жордана-Кронекера для скобки Ли-Пуассона и скобки с замороженным аргументом на коалгебре Ли? Будет дан полный ответ в чисто кронекеровом и в чисто жордановом случаях, а также будут указаны различные препятствия к реализации инвариантов при помощи этих двух скобок.

Литература

1. Ivan Kozlov. Elementary proof of Jordan-Kronecker theorem. arXiv:1109.5371v1