Секция «Математика и механика»

Делимость элементов возвратных последовательностей

Матюхина Алина Геннадьевна

Студент

ДонНУ- Донецкий национальный университет, Факультет математики и информационных технологий, Донецк, Украина

E-mail: a-l-i-n-a.matyukhina@yandex.ru

В данной работе исследованы различные задачи на делимость чисел, задаваемые арифметическими выражениями от корня из целого числа D-дискриминанта характеристического уравнения возвратных последовательностей II-го порядка. В зависимости от того, является ли D квадратичным вычетом по данному простому модулю p, применяется один из двух методов. Если D является квадратичным вычетом по модулю p, то это выражение само является элементом поля вычетов по модулю p. Иначе оно является элементом расширения данного поля второго порядка, построенного с помощью элемента. В первом случае для исследования делимости применяется малая теорема Ферма [n1], во втором - ее аналог для конечных полей [n4]. Полученные результаты применяются для исследования делимости сначала чисел Фибоначчи, а затем элементов произвольных возвратных последовательностей, на простые числа p. При этом ответ существенно отличается, в зависимости от того, является ли дискриминант характеристического уравнения последовательности квадратичным вычетом по модулю p. Таким образом получены две теоремы о делимости элементов возвратных последовательностей II-го порядка. Теорема 1: "Если дискриминант характеристического уравнения возвратной последовательности II-го порядка $\{u_i\}$ является квадратичным вычетом по данному простому модулю p, то $u_{n(p-1)}$ член любой возвратной последовательности $\{u_i\}$ нацело делится на p, $u_{n(p-1)} \equiv 0(\mathrm{mod} p)$, $n \in Z$, p- простое". Теорема 2: "Если дискриминант характеристического уравнения возвратной последовательности II-го порядка является квадратичным невычетом по данному простому модулю p, то $u_{n(p+1)}$ член любой возвратной последовательности $\{u_i\}$ нацело делится на p, $u_{n(p+1)} \equiv 0(\mathrm{mod} p)$, $n \in Z$, p - простое". Данный результат аналогов не имеет. Хотя делимость элементов возвратных последовательностей изучались многими авторами (см., например, работы [n2], [n5], [n6].) В работе [n2] доказано, если простое число p имеет вид $5t+1$ или $5t-1$, то $p-1$ элемент последовательности делится на p. Это доказано благодаря тому, что биномиальное коэффициент с p по k делится на p, где p - простое [5]. В данной работе результат о делимости чисел Фибоначчи получается благодаря рассмотрению расширение поля вычетов, построенного с помощью элемента $\sqrt{D}$ и применению аналога малой теоремы Ферма для конечных полей. Также эти методы исследования применяются к решению и обобщению олимпиадных задач на делимость. В работе разобраны задача № 4 XI класса XXXIX-й всеукраинской математической олимпиады и задача № 2 XXV-й международной математической олимпиады.

Литература

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – 9-е изд.– М.: Наука, 1981. – 176 с.

2. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. –4-е изд.– М.: Наука, 1978. – 144 с.

3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. — 11-е изд.– М.: Наука, 1975. – 432 с.

4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Просвещение, 2000. – 493 с.

5. Laslo Geroecs Some properties of divisibility of higher-order linear recursive sequences– Fibonacci Quarterly, 20, 1982. – 354-359 p.

6. Joseph H. Silverman Divisibility sequences and powers of algebraic integers.Documenta Math.– Extra Volume Coates, 2006. – 711-727 p.

Слова благодарности

Результаты данных исследований участвовали на Всеукраинском конкурсе научных работ Intel Eko (национальный тур международного конкурса Intel ISEF) занято третье место в категории "Компьютерные науки. Математика получен сертификат на дальнейшее участие в международном конкурсе компьютерных наук INFORMATRIX (Бухарест, Румыния). Получена золотая медаль "Yale Science Engineering Association Medallion"за лучшую работу в категории «Математика» от Йельского университета (США).(2011г.) Стала лауреатом международного конкурса научных работ до 18 лет. (г. Москва,2012г.) Данная работа опубликована: 1. 2013, г. Донецк журнал « Труды Института прикладной математики и механики» Донецк, Украина . 2. 2012, г. Луганськ , сборник трудов II-ой Международной научно-практичной Інтернет-конференции 2012 среди молодих ученых «Научная молодеж: инновационные подходы к образованию и науке 3. 2012, сборник трудов международной конференции SWorld «Современные направления теоретических и прикладных исследований»