

Секция «Математика и механика»

Поиск точных решений уравнений равновесия пластинки на упругом стержне в аэродинамическом потоке с помощью двух линейных

инвариантных соотношений

Шретер Сергей Алексеевич

Таганрогский государственный педагогический институт имени А.П. Чехова,
Физико-математический факультет, Таганрог, Россия
E-mail: sergshre@yandex.ru

Постановка задачи. Рассмотрим механическую задачу в постановке работы [3], расширив ее с плоской до пространственной. К упругому тонкому стержню жестко прикреплена абсолютно твердая пластинка. Стержень имеет еще одну точку жесткого закрепления на противоположном конце. Конструкция помещается в поток воздуха. В отличие от случая, рассмотренного в работе [2], точка крепления стержня и пластинки имеет произвольное положение на пластинке, она не обязана находиться на оси симметрии пластинки. Под воздействием потока пластинка начинает отклоняться от положения равновесия, и стержень изгибается и закручивается.

Цель работы: используя уравнения равновесия системы, необходимо установить зависимость между аэродинамическими силами и углами отклонения пластинки от положения равновесия.

Уравнения равновесия механической системы возьмем аналогично уравнениям равновесия упругой линии из работы [1] в главных осях изгиба и кручения.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM_1}{dt} + \omega_2 M_3 - \omega_3 M_2 = 0 \\ \frac{dM_2}{dt} - \omega_1 M_3 + \omega_3 M_1 + F_3 = 0 \\ \frac{dM_3}{dt} + \omega_1 M_2 - \omega_2 M_1 - F_2 = 0 \end{array} \right. , \left\{ \begin{array}{l} \frac{dF_1}{dt} + \omega_2 F_3 - \omega_3 F_2 = 0 \\ \frac{dF_2}{dt} + \omega_3 F_1 - \omega_1 F_3 = 0 \\ \frac{dF_3}{dt} + \omega_1 F_2 - \omega_2 F_1 = 0 \end{array} \right. , \quad (1)$$

В плоском случае эти уравнения вместе с граничными условиями рассматривались ранее [2], их решение было найдено с помощью гамильтонова подхода [5].

Линейные инварианты. Поиск решения осуществим с помощью введения линейных инвариантных соотношений [4]

$$C_1 M_1 + C_2 M_2 + C_3 M_3 = A, D_1 M_1 + D_2 M_2 + D_3 M_3 = E, \quad (2)$$

где $C_1, C_2, C_3, A, D_1, D_2, D_3, E$ - константы, подлежащие определению. Используя инварианты (2), их производные и общие интегралы уравнений (1), получаем систему семи уравнений для определения искомым констант. После ее преобразования получим систему из двух нелинейных уравнений относительно M_2 .

$$\left\{ \begin{array}{l} X_3 M_2^3 + X_2 M_2^2 + X_1 M_2 + X_0 = 0 \\ Y_4 M_2^4 + Y_3 M_2^3 + Y_2 M_2^2 + Y_1 M_2 + Y_0 = 0 \end{array} \right. . \quad (3)$$

Через $X_3, X_2, X_1, X_0, Y_4, Y_3, Y_2, Y_1, Y_0$ обозначены коэффициенты, зависящие от искомым констант, параметров стержня и констант H, K общих интегралов. Неизвестные константы из системы (3) будем искать исходя из того, что компонента M_2 не должна быть

постоянной [6].

Вывод. Анализ полученных решений позволяет сделать выводы для последующих исследований:

- Часть решений, которые являются тривиальными следует отбросить, т.к. они не описывают случай деформации стержня.
- Оставшиеся решения зависят от значения аэродинамической силы R , которое в установившемся равновесном положении должно быть постоянным.
- Искомые константы, а также константы H, K из общих интегралов систем (1), зависят от параметров самого стержня и аэродинамической силы набегающего потока, передаваемой на стержень с помощью пластинки.
- Поиск значений констант должен осуществляться из соображений того, что решение задачи должно быть действительным.

Литература

1. Илюхин А.А. Пространственные задачи нелинейной теории упругих стержней. – К.: Наукова думка, 1979. – 216 с.
2. Илюхин А.А., Шретер С.А. Анализ воздействия аэродинамических сил на поведение гибридной системы. // Фундаментальные исследования. - 2012. - №.6. часть 1. с.106-111.
3. Локшин Б.Я., Привалов В.А., Самсонов В.А. Введение в задачу о движении тела в сопротивляющейся среде. – М.: Изд-во Мос. Ун-та, 1986. -86 с.
4. Харламов П.В. Исследование решения с двумя линейными инвариантными соотношениями задачи о движении тела, имеющего неподвижную точку (специальные случаи). – Механика твердого тела. – Киев – 1976. – Вып.8. – с. 37-56
5. Шретер С.А. Гамильтонов метод решения нелинейной задачи о равновесии пластинки в аэродинамическом потоке. // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2012» / Отв. ред. А.И. Андреев, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов, М.В. Чистякова. [Электронный ресурс] — М.: МАКС Пресс, 2012.
6. Шретер С.А. Точные решения с двумя линейными инвариантными соотношениями уравнений равновесия пластинки на упругом стержне в потоке воздуха. // Вестник Таганрогского государственного педагогического института. - 2013. - №1. (в печати)

Слова благодарности

Автор выражает благодарность научному руководителю д.ф.-м.н., профессору Илюхину Александру Алексеевичу