Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Представления решений эволюционных дифференциальных уравнений с коэффициентами типа белого шума

Научный руководитель – Смолянов Олег Георгиевич

Лобода Артём Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра теории функций и функционального анализа, Москва, Россия

E-mail: orion1312@yandex.ru

Существует несколько методов представления решений стохастических дифференциальных уравнений с коэффициентами типа белого шума. Среди них применение теоремы Чернова (см. [2], [3]), использование равенства Парсеваля, аналитическое продолжение по параметру и метод Ито.

Эти методы использовались при изучении детерминированных случаев (см. [4] и [5]).

В докладе будут рассмотрены метод Ито и аналитическое продолжение по параметру, а также уравнения из [1] и [3].

Уравнение

$$d\Psi_{.}(t)(q) = \left(\alpha\frac{d^2\Psi_{.}(t)(q)}{dq^2} + \left(\alpha V(q) - \frac{\lambda}{4}|q|^2\right)\right)\times \tag{1}$$

$$\times\Psi(t)(q) + \sqrt{\frac{\lambda}{2}}q\Psi_{.}(t)(q)dw(t),\ \Psi(0,\cdot) = \varphi_0(\cdot)$$

представляет собой евклидов аналог стохастического уравнения типа Шрёдингера. Его решение можно представить в виде

$$\Psi(t,\omega)(q) = \int \exp\left\{\int_0^t \alpha V(q+\xi(\tau))d\tau - \int_0^t \frac{\lambda}{2}(q+\xi(\tau))^2 d\tau\right\}\times$$

$$\times\exp\left\{\sqrt{\frac{\lambda}{2}}\int_0^t (q+\xi(\tau))dw(\tau)\varphi_0(q+\xi(t))w_{0t}^{\alpha}(d\xi)\right\}.$$

Для доказательства применяется метод Ито.

Для получения представления решения уравнения Шрёдингера-Белавкина

$$d\varphi = \left(-i\mathcal{H} - \frac{\lambda}{2}q^2\right)\varphi(t)dt + \sqrt{\frac{\lambda}{2}}A\varphi(t)(dw(t) + \sqrt{2\lambda}\bar{q}dt)$$

к приведённой выше формуле Фейнмана-Каца применяется аналитическое продолжение по параметру (см. также [4]).

Источники и литература

1) *O.G. Smolyanov, A. Truman.* Theoretical and Mathematical Physics, 1999. V. 120, N 2, P. 973-984.

2) *J. Gough, O.O. Obrezkov, O.G. Smolyanov.* Randomized Hamiltonian Feynman integrals and Shcrödinger-Itô stochastic equations. Izvestiya: Mathematics, 2005. V.69, N 6, P. 1081-1098.

3) *Белавкин В. П., Смолянов О. Г.* Интеграл Фейнмана по траекториям, соответствующий стохастическому уравнению Шрёдингера Докл. РАН. 1998. Т. 360. №5. С. 258-267.
4) *Смолянов О. Г., Шавгулидзе Е. Т.* Континуальные интегралы. М.: Изд-во МГУ, 1990.
5) *O.G. Smolyanov, A. G. Tokarev, A. Truman.* Hamiltonian Feynman Path Integrals via the Chernoff Formula. J. Math. Phys. @002. V. 43. №10. P. 5161-5171.