

О символе нелокальных операторов, ассоциированных с параболическим диффеоморфизмом

Научный руководитель – Стернин Борис Юрьевич

Изварина Наталья Романовна

Студент (бакалавр)

Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и естественных наук, Москва, Россия

E-mail: izvarina-n@mail.ru

Предметом данного исследования являются нелокальные операторы, ассоциированные с действием дискретной группы диффеоморфизмов на гладком многообразии [1].

А именно, на сфере \mathbb{S}^m размерности m рассматриваются нелокальные операторы, порожденные псевдодифференциальными операторами (ПДО) и оператором сдвига вдоль траекторий параболического диффеоморфизма

$$g : \mathbb{S}^m \rightarrow \mathbb{S}^m, x \mapsto x + e, \quad (1)$$

где $e \in \mathbb{R}^m$ – произвольный ненулевой вектор. Такие операторы представляются в виде конечной суммы

$$D = \sum_k D_k T^k : H^s(\mathbb{S}^m) \rightarrow H^{s-d}(\mathbb{S}^m), \quad (2)$$

где $Tu(x) = u(x + e)$ – оператор сдвига, отвечающий отображению (1), D_k – ПДО порядка d на сфере \mathbb{S}^m , $k \in \mathbb{Z}$.

Символ оператора (2) имеет вид

$$\sigma(D)(x, \xi) = \sum_k \sigma(D_k)(x + ne, \xi) \mathcal{T}^k : l^2(\mathbb{Z}, \mu_{x, \xi, s}) \rightarrow l^2(\mathbb{Z}, \mu_{x, \xi, s-d}), \quad (3)$$

где $\mathcal{T}u(n) = u(n + e)$ – оператор сдвига последовательности, а пространство $l^2(\mathbb{Z}, \mu_{x, \xi, s})$ состоит из последовательностей $u(n)$, $n \in \mathbb{Z}$. Такие последовательности удовлетворяют неравенству $\sum_n |u(n)|^2 \mu_{x, \xi, s} < \infty$, а $\mu_{x, \xi, s}$ – мера, определенная ранее в работе [1].

Как известно, в эллиптической теории операторов, ассоциированных с действием дискретной группы диффеоморфизмов, важное значение имеет показатель гладкости s пространства Соболева. От этого индекса зависит обратимость символа (3). В данной работе для неизометрического диффеоморфизма (1) устанавливается следующая теорема.

Теорема 1. Пусть символ (3) обратим при $s = s_0$, тогда он обратим при всех индексах s пространства Соболева.

Другими словами, в работе доказывается, что эллиптичность оператора (2) не зависит от показателя гладкости пространства Соболева.