Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Прямой алгоритм построения пары Лакса для интегрируемых уравнений

Научный руководитель – Хабибуллин Исмагил Талгатович

Хакимова Айгуль Ринатовна

Аспирант

Башкирский государственный университет, Факультет математики и информационных технологий, Уфа, Россия

E-mail: aigulya.khakimova@mail.ru

В докладе будет представлен метод построения рекурсионного оператора и пары Лакса для интегрируемого уравнения вида

$$u_t = f(u, u_1, u_2, ..., u_k), \quad \text{где} \quad u_j = D_x^j u, \tag{1}$$

предложенный в работах [1] и [2]. Здесь D_x оператор полного дифференцирования по x. Поясним кратко суть алгоритма. Сначала мы строим поверхность, задаваемую уравнением вида

$$H(U, U_1, \ldots, U_m; u, u_1, \ldots, u_{m_1}) = 0 \tag{2}$$

совместным с линеаризацией уравнения (1):

$$U_t = \left(\frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial u_1} D_x + \frac{\partial f}{\partial u_2} D_x^2 + ... + \frac{\partial f}{\partial u_k} D_x^k\right) U. \tag{3}$$

При этом мы выделяем два важных случая:

1) H является линейной формой $H = \sum_{j=0}^{k} \alpha_j(u, u_1, \ldots) U_j$;
2) H является квадратичной формой $H = \sum_{i,j=0}^{k-1} \alpha_{ij}(u, u_1, \ldots) U_i U_j$.

В первом случае из равенства (2) легко выводится рекурсионный оператор для уравнения (1) (см. [1]). Во втором случае система уравнений (2)-(3) образует нелинейную пару Лакса для этого же уравнения. Простыми преобразованиями полученная пара Лакса сводится к паре линейных уравнений (см. [2]). Эффективность алгоритма иллюстрируется конкретными примерами.

Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда (проект №15-11-20007).

Источники и литература

1) I T Habibullin, A R Khakimova and M N Poptsova On a method for constructing the Lax pairs for nonlinear integrable equations, J. Phys. A: Math. Theor. 2016 49 035202 (35pp)
2) I T Habibullin, A R Khakimova On a method for constructing the Lax pairs for integrable models via quadratic ansatz, 2017 arXiv:1702.04533 [nlin.SI]