

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

**Об эллиптичности некоммутативных операторов, ассоциированных с действием метаплектической группы**

**Научный руководитель – Савин Антон Юрьевич**

**Жуйков Константин Николаевич**

*Студент (магистр)*

Российский университет дружбы народов, Факультет физико-математических и естественных наук, Москва, Россия

*E-mail: zhuykovcon@gmail.com*

Объектом изучения являются некоммутативные операторы, ассоциированные с действием метаплектической группы  $Mp(n)$  [4]. Метаплектическая группа есть подгруппа группы унитарных операторов на  $L^2(\mathbb{R}^n)$ , порождённая т.н. квадратичными преобразованиями Фурье

$$\widehat{S}_{W,m}f(x) = i^{m-n/2} \sqrt{|\det B|} \int e^{2\pi i W(x,x')} f(x') dx', \quad \arg \det B \equiv m\pi \pmod{2\pi}, \quad (1)$$

ассоциированными с симплектическими матрицами

$$S_W = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad \det B \neq 0,$$

где  $W(x, x') = \frac{1}{2}DB^{-1}x^2 - B^{-1}xx' + B^{-1}Ax'^2$ .

Рассматриваемые некоммутативные операторы представляются в виде конечных сумм:

$$D = \sum_k D_k \left( x, -i \frac{d}{dx} \right) T^k : \mathcal{H}^s(\mathbb{R}^n) \longrightarrow \mathcal{H}^{s-k}(\mathbb{R}^n), \quad (2)$$

где  $D_k(x, -i \frac{d}{dx})$  — дифференциальный оператор порядка  $k$ ,  $T \in Mp(1)$  — метаплектический оператор вида (1),  $\mathcal{H}^s$  — пространство Соболева (см., напр., [1]). Данная теория является обобщением эллиптической теории на некоммутативном торе [2,3] и применяется в некоммутативной геометрии и теоретической физике (см., напр., [2]).

Траекторный символ оператора (2) есть оператор-функция, действующая в весовых пространствах последовательностей:

$$\sigma(D)(x, \xi) : l^2(\mathbb{Z}, \mu_{x,\xi,s}) \longrightarrow l^2(\mathbb{Z}, \mu_{x,\xi,s-m}). \quad (3)$$

В работе предъявляются условия эллиптичности некоммутативного оператора (2) в терминах траекторного символа (3) в зависимости от показателя гладкости  $s$  соответствующих пространств Соболева.

**Источники и литература**

- 1) Савин А.Ю., Стернин Б.Ю. “Некоммутативная эллиптическая теория. Примеры”, Дифференциальные уравнения и топология. II, Сборник статей. К 100-летию со дня рождения академика Льва Семеновича Понтрягина, Тр. МИАН, 271, МАИК, М., 2010, 204–223
- 2) Chakraborty, S., Luef F. Metaplectic transformations and finite group actions on noncommutative tori. arXiv:1705.11194 [math.OA]
- 3) Connes, A. Noncommutative geometry. Academic Press, Inc., San Diego, CA, 1994
- 4) de Gosson, M. Symplectic geometry and quantum mechanics. Birkhäuser Basel, 2006