

О характеристических свойствах параметров Чоу на классе простых игр

Научный руководитель – Ирматов Анвар Адхамович

Ватфа Диана Юсефовна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математической теории
интеллектуальных систем, Москва, Россия

E-mail: d.vatfa@gmail.com

Простой игрой g называется пара $([n], W_g)$, где

- Множество $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$ - совокупность всех игроков
- W_g - множество тех подмножеств $[n]$, которые представляют выигрышные коалиции в g
- Множество $[n]$ - выигрышная коалиция, пустое множество игроков - нет

удовлетворяющая свойству монотонности: если S - выигрышная коалиция, и $S \subset R$ - подмножество R , то R тоже выигрышная коалиция.

На всех игроках вводится частичный порядок значимости (см., например, [2]). Простая игра, на которой этот порядок является полным, называется линейной игрой.

Линейная игра называется взвешенной, если существуют неотрицательные веса w_i и порог q , такие, что коалиция A выигрышная тогда и только тогда, когда сумма весов ее игроков не меньше порога.

Рассмотрим простую игру g на n игроках. Каждой ее коалиции A сопоставим вектор V_A длины n по следующему правилу: если игрок k входит в коалицию A , то $V_A^k = -1$, иначе $V_A^k = 1$.

Далее определим функцию f_g , отображающую вектора из $\{-1, 1\}^n$ в $\{-1, 1\}$, связанную с игрой g : она принимает значение -1 на векторах, соответствующих выигрышным коалициям, и 1 иначе.

Таким образом любой простой игре однозначно сопоставляется монотонная булева функция, отличная от тождественной единицы. В случае взвешенных игр она является линейной пороговой функцией.

Применив результат теоремы Чоу [1] к взвешенным играм и исследовав параметры Чоу простых игр, можно получить следующий результат.

Теорема. В классе простых игр взвешенные игры, и только они, определяются своими параметрами Чоу.

Источники и литература

- 1) C.K. Chow. On the characterization of threshold functions. In Proceedings of the Symposium on Switching Circuit Theory and Logical Design (FOCS), pages 34–38, 1961.
- 2) Sarah Mason and Jason Parsley. A geometric and combinatorial view of weighted voting. 2016