

Двойственная задача для максимизации робастной полезности в терминах супермартингалльных мер

Фарвазова Айсылу Азатовна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия
E-mail: aisylufarvazova@gmail.com

В данной работе под задачей максимизации робастной полезности со штрафной функцией мы понимаем задачу максимизации функционала

$$(1) \quad \xi \rightsquigarrow \inf_{\mathbf{Q} \in \mathcal{L}} [\mathbf{E}_{\mathbf{Q}} U(\xi) + \gamma(\mathbf{Q})], \quad \xi \in \mathcal{A},$$

по некоторому выпуклому множеству \mathcal{A} случайных величин, заданных на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$, где функция полезности $U: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \cup \{-\infty\}$ – монотонно неубывающая вогнутая функция, $U(x) = -\infty$ при $x < 0$ и $U(x) \in \mathbf{R}$ при $x > 0$, \mathcal{L} – некоторое выпуклое множество вероятностных мер на (Ω, \mathcal{F}) , штрафная функция γ выпукла. Под стандартной задачей максимизации полезности будем понимать случай, когда $\mathcal{L} = \{\mathbf{P}\}$. Будем предполагать, что множество терминальных капиталов \mathcal{A} содержит случайную величину $\xi_0 \geq \varkappa$ для некоторого $\varkappa > 0$. Определим

$$(2) \quad \mathcal{D} := \{\eta \in L_+^0 : E_P \eta \xi \geq 1, \quad \forall \xi \in \mathcal{A}\}.$$

Для $x > 0$ и $y \geq 0$ положим

$$(3) \quad \mathcal{A}(x) := x\mathcal{A}, \quad \mathcal{D}(y) := y\mathcal{D}.$$

Определим прямую и двойственную экстремальные задачи:

$$(4) \quad u(x) := \sup_{\xi \in \mathcal{A}(x)} \inf_{\mathbf{Q} \in \mathcal{L}} [\mathbf{E}_{\mathbf{Q}} U(\xi) + \gamma(\mathbf{Q})], \quad x > 0,$$

$$(5) \quad v(y) := \inf_{\eta \in \mathcal{D}(y), \mathbf{Q} \in \mathcal{L}} \left[\mathbf{E}_{\mathbf{Q}} V \left(\frac{\eta}{d\mathbf{Q}/d\mathbf{P}} \right) + \gamma(\mathbf{Q}) \right], \quad y \geq 0.$$

Основной результат данной работы является новым и отвечает на вопрос: когда в определении двойственной функции v в двойственной задаче (5) множество \mathcal{D} можно заменить на выпуклое множество $\tilde{\mathcal{D}} \subseteq \mathcal{D}$. Для определения множества $\tilde{\mathcal{D}}$ вводятся такие понятия, как *супермартингалльная плотность* и *разветвленное семейство*.

“Экономическая интуиция” в содержании данной задачи и аспекты практического применения будут описаны в самом докладе.

Источники и литература

- 1) Гущин А.А., Двойственная характеристика цены в задаче максимизации робастной полезности – Теория вероятн. и ее примен., 2010, т. 55, вып. 4, с. 680–704.
- 2) Гущин А.А., О верхней цене хеджирования неотрицательных платежных обязательств – Современные пробл. матем. и механ., 2013, т. 8, вып. 3, с. 60–72.