

На правах рукописи

АЛЕКСАНДРОВ ПАВЕЛ НИКОЛАЕВИЧ

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ГЕОЭЛЕКТРИКИ
В АНИЗОТРОПНЫХ И БИАНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Специальность 04.00.12 – геофизические методы
поисков и разведки месторождений полезных ископаемых

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 1999

Работа выполнена на кафедре геофизики Саратовского государственного университета им. Н.Г.Чернышевского

Официальные оппоненты :

доктор технических наук, профессор Б.С.Светов

доктор физико-математических наук, профессор В.П.Губатенко

доктор физико-математических наук, профессор В.И.Дмитриев

Ведущее предприятие: Кафедра геофизических исследований
земной коры геологического факультета
Московского Государственного
Университета имени М. В. Ломоносова

Защита состоится "18" 03 1999 г. в 15⁰⁰ часов на
заседании диссертационного совета Д.063.55.03 в Московской
Государственной Геологоразведочной Академии по адресу:
117873, Москва, ГСП-7, ул. Миклухо-Маклая 23, МГГА

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МГГА

Автореферат разослан "9" 02 1999 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Ю.И.Блох

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Геоэлектрика изучает распределение электромагнитных свойств в геологической среде. Горная порода, как и сама геологическая среда, является сложнопостроенным объектом исследования. Она характеризуется уникальностью распределения электромагнитных свойств и параметров для каждой конкретной области геологической среды. Электроразведке доступно измерение электромагнитных полей, в основном, на дневной поверхности, параметры же геологической среды вычисляются. Это обстоятельство, а также невозможность прямого и непосредственного исследования строения геологической среды, ставит геоэлектрику в ряд наиболее наукоемких отраслей естествознания. Вследствие этого эффективность электроразведки, как и других геофизических методов, определяется уровнем развития теории, поскольку развитие теории создает базу для совершенствования методов изучения и исследования такой сложнопостроенной среды, как геологическая.

К настоящему времени теория электроразведки для слоистых изотропных сред (как первое приближение в описании строения геологической среды) достигает своего совершенства. Следующий шаг связан с изучением слоистых однородно-анизотропных сред как более общей модели линейной одномерной среды. Актуальность проблемы изучения анизотропии заключается в возможности более точной и достоверной геологической интерпретации электроразведочных данных, поскольку анизотропия отражает в макропараметрах степень упорядоченности на микроуровне строения горной породы.

Эффективная электропроводность капиллярной системы горной породы приводит к необходимости введения бианизотропных параметров, которые отражают специфические свойства сложной геометрии капилляров. Такие структуры геологической среды пока не изучены теоретически. Бианизотропные модели содержат огромный потенциал для исследования фундаментальных явлений во взаимодействии электромагнитного поля и геологической среды, которые не укладываются в рамки классической теории электроразведки.

Многообразие решаемых геологических задач требует выбора систем наблюдения для изучения неоднородных по электромагнитным параметрам сред. Наиболее общие выводы относительно выбора системы наблюдения, в частности совмещенных установок, могут быть получены из анализа энергетических соотношений. Определение основополагающих принципов выбора системы наблюдения для решения конкретных геологических задач является актуальной проблемой электроразведки.

Новые задачи геоэлектрики, появляющиеся в связи с изучением современных геодинамических процессов [Светов, 1992], требуют построения математической модели электромагнитного излучения (ЭМИ) Земли и решения обратных задач с целью поиска и оценки местоположения и интенсивности источников ЭМИ. Актуальность данной проблемы связана не только с возможностью электромагнитного мониторинга современных геодинамических процессов, но и с поиском нефтегазовых месторождений, поскольку в последнее время ЭМИ рассматривается как поисковый признак нефтегазовых месторождений. Своеобразие постановок прямых и обратных задач электромагнитного мониторинга заключается в необходимости учета погруженных источников электромагнитного поля и использовании анизотропных моделей геологической среды.

Необходимость совершенствования теории геоэлектрики как в связи с постановкой новых задач, так и постоянным требованием развития теоретических основ изучения геологической среды электромагнитными методами определяет актуальность темы диссертации.

Цель работы. Построение анизотропных и бианизотропных [Bursian, Timorewa, 1926; Федоров, 1976; Третьяков, 1994] математических моделей электропроводности геологической среды, решение на этой основе прямых и обратных задач электроразведки, обобщение известных энергетических соотношений для неоднородных и диспергирующих сред и разработка математической модели эндогенного электромагнитного излучения Земли.

Методы решения поставленных задач. Решение поставленных задач проводилось на основе теоретических исследований уравнений Максвелла, описывающих взаимодействие электромагнитного поля и сплошной среды, с привлечением вычислительных экспериментов.

Научная новизна состоит в развитии методов вычисления эффективных электромагнитных параметров сложноСостроенных сред и решении прямых и обратных задач в одномерных анизотропных моделях, во введении и обосновании новой интерпретационной модели - модели бианизотропной среды и решении прямых задач в бианизотропных моделях геологической среды, в обобщении известных энергетических соотношений и сравнительном анализе, на этой основе, компонент электромагнитного поля в совмещенных установках различного типа* в неоднородных и диспергирующих средах, в теоретическом изучении низкочастотного спектра эндогенного ЭМИ и сбосновании преобразовании случайного сигнала ЭМИ к детерминированному, в изучении свойств электромагнитного поля, создаваемого движущимся источником.

Практическое значение состоит в
- возможности вычисления и анализа эффективных электромагнитных

- параметров горной породы в зависимости от ее строения, что позволяет устанавливать связи между эффективными электромагнитными параметрами и структурой горной породы;
- обосновании систем наблюдения в методах сопротивлений, нацеленных на изучении анизотропных свойств геологической среды;
 - введение новой интерпретационной модели для электромагнитных параметров горной породы - модели бианизотропной среды, что создает основу для извлечения из наблюденных данных новой полезной информации о ее строении;
 - возможности математического моделирования электромагнитных полей от произвольных источников в наиболее общих линейных моделях геологической среды, что позволяет обосновать систему наблюдения для изучения и исследования бианизотропных свойств геологической среды и выяснить характер их проявления в электромагнитном поле, объяснить некоторые наблюдаемые экспериментально явления;
 - получении соотношений энергетического типа для всех компонент электромагнитного поля в совмещенных установках, показывающих характер связи компонент электромагнитного поля с неоднородностями геоэлектрического разреза, что позволяет обосновать выбор конкретных систем наблюдения при решении конкретных геологических задач;
 - возможности конструирования новых типов источников электромагнитного поля на основе использования движущегося источника, использование которых может привести к повышению глубинности и разрешающей способности электроразведочных методов;
 - принципиальной возможности использования в теории пассивного электромагнитного мониторинга низкочастотного приближения и теоретическом обосновании методических приемов регистрации сигналов ЭМИ.

Апробация работы и публикации. Полученные выводы и основные результаты доложены на научных конференциях "Построение физико-геологической модели и системный подход при истолковании геофизических исследований" (г.Пермь: 1989г., 1990г., 1993г., 1994г.), "Теория и практика магнитотеллурического зондирования" (г.Москва: 1994г.), "Неклассическая геоэлектрика" (г. Саратов: 1995г.), "Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей" (г.Воронеж: 1996г., Москва:1997г., г.Ухта: 1998г.), "Новые идеи в науках о Земле" (г.Москва, 1997г.), "Физико-химические и петрофизические исследования в науках о Земле" (Москва, 1997г.), "Геологические науки-98" (1998г.), "Геология и минеральные ресурсы Юго-восточной русской платформы" (1998г.).

Основные положения диссертации изложены в 41 публикациях.

Объем работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения, содержит 240 страниц машинописного текста, 19 рисунков, 10 приложений и 1 таблицу. Общий список литературы включает 144 наименований.

Личное участие автора. Изложенные в диссертации результаты хотя и получены автором самостоятельно, но они не могли бы состояться без мощной российской школы ученых создавших уникальную научную среду.

Настоящая работа была бы невозможна без творческого обсуждения различных проблем геоэлектрики с В.П.Губатенко. Трудотворные научные дискуссии с Б.С.Световым всегда проходили в обстановке высокой требовательности и принципиальности.

Обстоятельный анализ идей и результатов автора происходил в дискуссиях с Д.Н.Четаевым, В.И.Дмитриевым, М.Н.Бердичевским, О.М.Барсуковым, П.О.Барсуковым, Л.Л.Ваньянном, М.Б.Гохбергом, В.А.Моргуновым, А.Н.Гульельми, Д.С.Даевым, В.А.Шевниным, И.Н.Модиным, В.К.Хмелевским, Э.Б.Файнбергом, И.А.Безруком, М.И.Эповым, В.А.Сидоровым, А.С.Семеновым, В.В.Тихаевым, В.Г.Осиповым, П.С.Мартышко, О.А.Хачай., Ю.И.Блохом, Е.Б.Чирковым и др., на научных исследованиях которых базируются рассмотренные в диссертации проблемы. Итогом этих обсуждений явились научные результаты, которые представлены к защите.

Автор выражает всем перечисленным ученым благодарность и признательность.

Особую благодарность и признательность автор выражает В.Н.Страхову и Ю.П.Конценбину за постоянное участие, помошь и содействие в период подготовки диссертации.

Основные защищаемые положения:

1. Эффективные электромагнитные параметры сред, описываемых произведением изолированных функций пространственных координат, позволяют устанавливать связи между тензором макроанизотропии и строением горной породы. Эффективные электрические и магнитные параметры таких сред не приводят к изменению вида классических материальных уравнений и являются симметричными матрицами. Макроанизотропные параметры характеризуют степень упорядоченности строения горной породы и обладают достаточной чувствительностью и информативностью о ее структурной перестройке. Для определения параметров анизотропии электропроводности в методе сопротивлений достаточно использовать погруженный в первый слой источник и измерять на поверхности слоистого анизотропного полупространства электрический потенциал и одну горизонтальную компоненту магнитного поля.

2. Капиллярная система электропроводности горной породы приводит к эффективным бианизотропным параметрам, выражющимся в наиболее общих линейных материальных связях и отражающим сложную геометрию поровых каналов и их упорядоченную топологию. Эффективные электромагнитные параметры таких сред требуют изменения записи материальных соотношений между плотностью тока, магнитной индукцией и напряженностями электрического и магнитного полей. Такая модификация материальных соотношений приводит к появлению новых свойств электромагнитных полей, частично уже обнаруженных экспериментально и объяснение которых невозможно в рамках простых моделей сред. Решения прямых задач для бианизотропных моделей сред создают основу для исследования новых свойств (осциляций на поздних временах регистрации, невзаимность и др.) во взаимодействии электромагнитного поля и геологической среды и позволяет расчитывать на получение дополнительной информации из электrorазведочных данных.

3. Обобщение известных энергетических соотношений позволяет выявить основные принципы взаимодействия электромагнитного поля и неоднородной по электрическим и магнитным параметрам геологической среды. В частности, они позволяют провести анализ чувствительности и информативности различных типов совмещенных установок по отношению к неоднородностям геоэлектрического разреза, что непосредственно связано с выбором системы наблюдения при решении конкретных геологических задач (расчленение разреза по вертикали или латерали).

4. Теоретическое моделирование эндогенного электромагнитного излучения Земли можно провести на основе представления о дискретности и множественности импульсных источников ЭМИ. Суммарный эффект от таких источников ЭМИ на низких частотах приводит к появлению пространственных и временной производных передаточной функции среды и, как следствие - аномалия ЭМИ вдоль профиля сужается с увеличением количества импульсов. Движущийся источник в проводящей среде, в отличие от неподвижного (закрепленного), создает в пространстве электромагнитное поле обладающее меньшим затуханием, увеличением амплитуды электромагнитного поля в направлении движения источника и более выраженной областью интерференции в пространстве. Морфология сигнала в зависимости от времени зависит от скорости перемещения источника, а его амплитуда пропорциональна скорости.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение. Из электродинамики сплошных сред известно, что для решения уравнений Максвелла, связывающих напряженности электрического

Е и магнитного Н полей через систему векторных дифференциальных уравнений первого порядка, которые в частотной области имеют вид

$$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}^{\text{ст}}$$

$$\text{rot} \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{B},$$

где ω - частота; \mathbf{J} - плотность электрического тока; \mathbf{B} - индукция магнитного поля; $\mathbf{J}^{\text{ст}}$ - плотность стороннего электрического тока; $i = \sqrt{-1}$, необходимо установить связи $\mathbf{J}(\mathbf{E}, \mathbf{H})$ и $\mathbf{B}(\mathbf{E}, \mathbf{H})$, т.е. определить материальные соотношения. Определив их, уравнения Максвелла приобретают замкнутую форму и появляется возможность решения прямых задач - нахождения полей Е, Н по заданным стороннему току и параметрам среды.

Параметры среды являются теми коэффициентами, которые входят в материальные уравнения. В наиболее общем виде они могут быть определены в любой точке пространства разложением в ряд Тейлора величин \mathbf{J} и \mathbf{B} по малым величинам напряженностей полей Е и Н

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{E}, \mathbf{H}) &= \mathbf{J}(0, 0) + (\mathbf{Ev}^e) \mathbf{J} + \frac{1}{2} (\mathbf{Ev}^e)^2 \mathbf{J} + \dots \\ &\quad + (\mathbf{Hv}^h) \mathbf{J} + \frac{1}{2} (\mathbf{Hv}^h)^2 \mathbf{J} + \dots, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\mathbf{E}, \mathbf{H}) &= \mathbf{B}(0, 0) + (\mathbf{Ev}^e) \mathbf{B} + \frac{1}{2} (\mathbf{Ev}^e)^2 \mathbf{B} + \dots \\ &\quad + (\mathbf{Hv}^h) \mathbf{B} + \frac{1}{2} (\mathbf{Hv}^h)^2 \mathbf{B} + \dots, \end{aligned}$$

где $v^e = i \frac{\partial}{\partial E_x} + j \frac{\partial}{\partial E_y} + k \frac{\partial}{\partial E_z}$; $v^h = i \frac{\partial}{\partial H_x} + j \frac{\partial}{\partial H_y} + k \frac{\partial}{\partial H_z}$, причем производные находятся при $E, H = 0$.

Слагаемые $\mathbf{J}(0, 0)$ и $\mathbf{B}(0, 0)$ определяют активные свойства среды. При равенстве нулю сторонних токов они, в общем случае, не пропадают и могут определять неконтролируемые источники электромагнитного поля, распределенные в геологической среде, что является основой пассивного электромагнитного мониторинга современных геодинамических процессов. Под электромагнитной активностью геологической среды будем понимать способность геологической среды генерировать источники электромагнитного поля.

В силу малости напряженностей электромагнитного поля в геологической среде будем рассматривать только линейные материальные соотношения. Тогда для линейных сред общий вид материальных соотношений будет определяться уравнениями:

$$\mathbf{J} = \hat{\sigma} \mathbf{E} + \hat{\epsilon} \mathbf{H}, \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \hat{\mu} \mathbf{H} + \hat{\zeta} \mathbf{E},$$

где $\hat{\sigma}$, $\hat{\epsilon}$, $\hat{\mu}$, $\hat{\zeta}$ - являются матрицами коэффициентов размерности 3×3 , причем $\hat{\sigma}$, $\hat{\mu}$ - соответственно, удельная электропроводность и магнитная

проницаемость, широко используются в электромагнитных методах изучения геологической среды. Параметры $\hat{\xi}$, $\hat{\zeta}$, не имеющие пока определенных названий, являются новыми и в совокупности с $\hat{\sigma}$, $\hat{\mu}$ определяют бианизотропные свойства среды. Вследствие этого бианизотропные модели охватывают наиболее широкий класс линейных сред.

Эффективные параметры $\hat{\sigma}$, $\hat{\xi}$, $\hat{\mu}$, $\hat{\zeta}$ тесно связаны с внутренним строением горной породы и их изучение может повысить достоверность и информативность геологической интерпретации электроразведочных исследований.

Областью применения разрабатываемой теории является электроразведка. Однако более общие формулировки задач и анализ результатов их решений более наглядно представляются в приложении к проблеме электромагнитного мониторинга современных геодинамических процессов. Так, например, изучение анизотропных параметров геоэлектрической среды является актуальной проблемой как электроразведки, так и активного электромагнитного мониторинга, поскольку в результате механических деформаций изменяется микроструктура горной породы, что приводит к изменению тензора макроанизотропии эффективной электропроводности [4].

Глава первая. ЭФФЕКТИВНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ГОРНОЙ ПОРОДЫ В ПОСТОЯННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

В геодинамические процессы вовлекаются огромные массы горной породы. Очевидно, что при этом происходит упорядочивание или разупорядочивание (переход хаос-порядок) структуры породы в больших объемах геологической среды, что неизбежно скажется на эффективных электрических параметрах геологических образований. Учитывая невозможность физического или лабораторного моделирования влияния мощных геодинамических процессов на электрофизические свойства горной породы, большое значение приобретает математическое моделирование эффективных петрофизических характеристик.

В работе [4] исследовалась чувствительность и информативность макроскопических электромагнитных параметров к изменению строения горной породы. Эффективные электрические параметры вычислялись на основе осреднения закона Ома, записанного в дифференциальной форме $J = \sigma E$, связывающего плотность тока проводимости J и напряженность электрического поля E через удельную электропроводность σ , заданную в виде произведения изолированных функций координат $\sigma = X(x)Y(y)Z(z)$. В этом случае возможные границы раздела сред будут совпадать с координатными плоскостями в любой ортогональной системе координат.

Было показано, что структурно-текстурная перестройка горной породы сопровождается изменением структуры в общем случае, всего тензора (всех его элементов) макроанизотропии электропроводности.

Следовательно, система наблюдения при изучении анизотропных сред и активном электромагнитном мониторинге должна быть ориентирована на слежение за всеми элементами тензора макроанизотропии, что непосредственно связано с решением прямых и обратных задач электроразведки в анизотропных средах. Решение прямой задачи метода сопротивлений для слоистой анизотропной среды впервые было получено В.В. Вержбицким (1992). Для погруженных источников с использованием обобщения теоремы Липской это решение полученено автором в виде рекуррентного соотношения [5]. Для источника, находящегося в первом слое решение прямой задачи для потенциала φ^1 на поверхности слоисто-анизотропного полупространства, с использованием преобразования Фурье по горизонтальным координатам x, y имеет вид:

$$\varphi^1 = \frac{P}{\sigma_{33}^{1/2} \sqrt{k_1^2 + p_1^2}} \frac{\frac{-2\sqrt{k_1^2 + p_1^2} z_1}{1 - k_{21} e^{-2\sqrt{k_1^2 + p_1^2} z_1}}}{\frac{1 + k_{21} e^{-2\sqrt{k_1^2 + p_1^2} z_1}}{1 - k_{21} e^{-2\sqrt{k_1^2 + p_1^2} z_1}}}, \text{ где } k_{21} = -\frac{1+Z}{1-Z};$$

$$h_n = z_n - z_{n-1}, n = \{2, N\}; p_n = \frac{i k_x \sigma_{13}^n + i k_y \sigma_{23}^n}{\sigma_{33}^n};$$

$$k_n^2 = \frac{k_x^2 \sigma_{11}^n + k_y^2 \sigma_{22}^n + 2 k_x k_y \sigma_{12}^n}{\sigma_{33}^n}, Z = \frac{\sigma_{33}^{1/2} \sqrt{k_2^2 + p_2^2}}{\sigma_{33}^{1/2} \sqrt{k_1^2 + p_1^2}} Z_2(z_1); Z_{N+1}(z_N) = -1;$$

$$Z_n(z_{n-1}) = \operatorname{th} \left[\sqrt{k_n^2 + p_n^2} h_n + \operatorname{arth} \left(\frac{\sigma_{33}^{n+1} \sqrt{k_{n+1}^2 + p_{n+1}^2}}{\sigma_{33}^{n+1} \sqrt{k_n^2 + p_n^2}} Z_{n+1}(z_n) \right) \right];$$

$$\sqrt{k_n^2 + p_n^2} = \frac{1}{\sigma_{33}^n} \sqrt{k_x^2 (\sigma_{11}^n \sigma_{33}^n - \sigma_{13}^n)^2 + k_y^2 (\sigma_{22}^n \sigma_{33}^n - \sigma_{23}^n)^2 + 2 k_x k_y (\sigma_{12}^n \sigma_{33}^n - \sigma_{13}^n \sigma_{23}^n)};$$

σ_{km}^j — симметричная матрица электропроводности слоя с номером j ; $k=1, 3$; $m=1, 3$; k_x, k_y — соответствующие пространственные частоты, z_1 — глубина залегания электрического диполя с моментом P , ориентированного в направлении оси x .

Используя это выражение и метод В.Н. Страхова (1968) для решения обратной задачи в слоисто-изотропных средах, было показано что для одноосно-анизотропной слоистой модели геологической среды решение обратной задачи единственно при измерении на дневной поверхности электрического потенциала. При этом необходимым условием является

использование погруженного источника, что подтверждает сделанный в [Электроразведка методом сопротивлений, 1994] вывод. Для трехосной анизотропии электропроводности этого оказывается недостаточным. Так, в случае двухслойной трехосной анизотропной модели геологической среды решение обратной задачи будет единственным, если дополнительно к электрическому потенциалу измерять одну горизонтальную компоненту магнитного поля на дневной поверхности.

Глава вторая. ЭФФЕКТИВНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

ГОРНОЙ ПОРОДЫ В ПЕРЕМЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Одним из типов порового пространства является капиллярная система (открытая пористость), обеспечивающая не только электропроводность, но и гидромеханическую проницаемость горной породы. Рассмотрим объем горной породы в которой отсутствуют непротяженные капилляры и будем считать, что электропроводность среды обеспечивается исключительно электропроводностью флюида, находящегося в тонких протяженных капиллярах. Очевидно, что каждый такой капилляр имеет сложную конфигурацию, которая может быть условно разделена на прямолинейную и петлеобразную части. Магнитная проницаемость везде одинакова и равна магнитной проницаемости вакуума.

Идеализируя, представим совокупность капилляров сложной геометрии в виде модели изображенной на Рис.1.

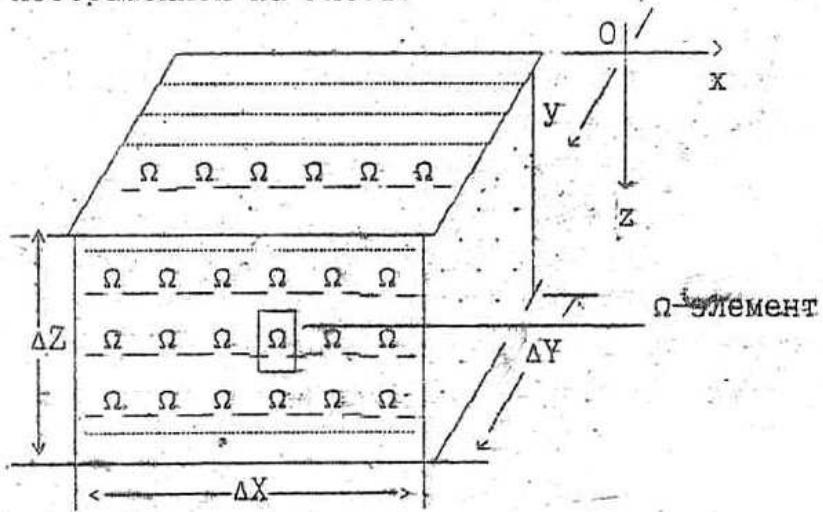


Рис.1

Каждый отдельный капилляр представляется в виде прямой линии тока, гальванически связанного с петлеобразной, имеющей форму греческой буквы Ω . Вмещающая среда полагается изолятором, электромагнитное поле - монохроматическое с частотой ω .

Вычисление эффективных электромагнитных параметров такой системы представляет актуальную задачу геоэлектрики, решение которой сопряжено

с проблемой осреднения уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \text{rot} H &= J + J^{\text{ст}} \\ \text{rot} E &= -i\omega B \\ \text{div} B &= 0 \\ \text{div} J &= -\text{div} J^{\text{ст}} \end{aligned} \quad (2)$$

где E, H – напряженности, соответственно, электрического и магнитного полей; B – индукция магнитного поля; J – плотность тока проводимости; $J^{\text{ст}}$ – плотность стороннего тока не электромагнитного происхождения.

Для этого прежде необходимо преобразовать некоторым образом сложную систему электрических токов J с целью получения системы токов более простой конфигурации. Основная идея такого преобразования состоит в следующем. Рассмотрим отдельный Ω -элемент. В основание Ω -элемента добавим и вычтем систему электрических токов, так как это схематически показано на рис. 2.

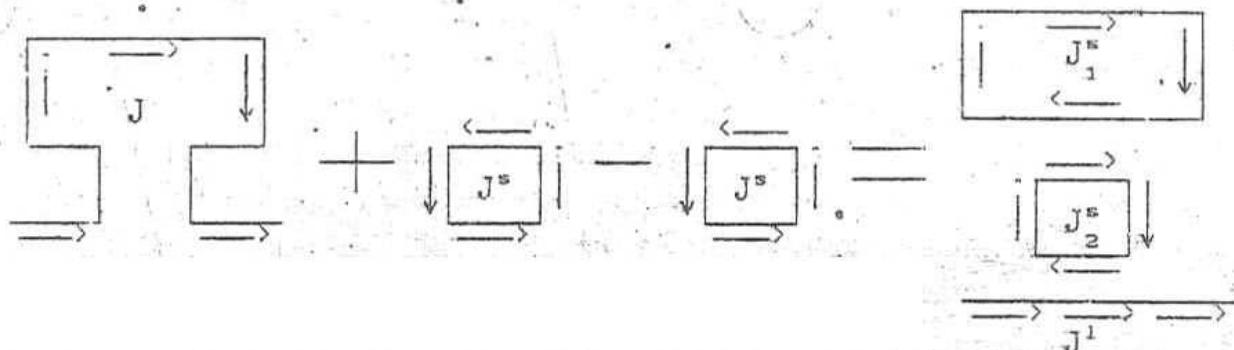


Рис. 2

Как следует из этого рисунка, такое добавление и вычитание электрических токов J^s , в сумме равных нулю, разделяет сложную систему токов в Ω -элементе на отдельные токи простой конфигурации: прямолинейного J^1 и двух замкнутых J^s_1 и $J^s_2 = -J^s_1$. При этом замкнутые токи образуют два сонаправленных магнитных диполя. В результате получаем возможность применить метод осреднения для вычисления эффективных электромагнитных параметров рассмотренной капиллярной системы. Действительно, замкнутые токи (как магнитные диполи) являются объемными параметрами и их осреднение сводится к вычислению среднего магнитного момента рассматриваемого объема осреднения, а осреднение системы однородных прямолинейных линий тока не представляет принципиальных трудностей.

Заметим, что аналогичное преобразование можно сделать и для более сложной геометрии капиллярных токов.

Вычисление эффективных параметров проводящей капиллярной системы.

Добавим и вычтем в интервале между основаниями Ω -элемента, с учетом размеров капилляров, некоторый объем среды в котором распределена плотность электрического тока так, как это схематически показано на

Рис. 3.

При этом должно выполняться условие равенства нулю электрического тока, текущего в направлении осей x и z через поперечные сечения между точками 3 и 4, 5 и 6.

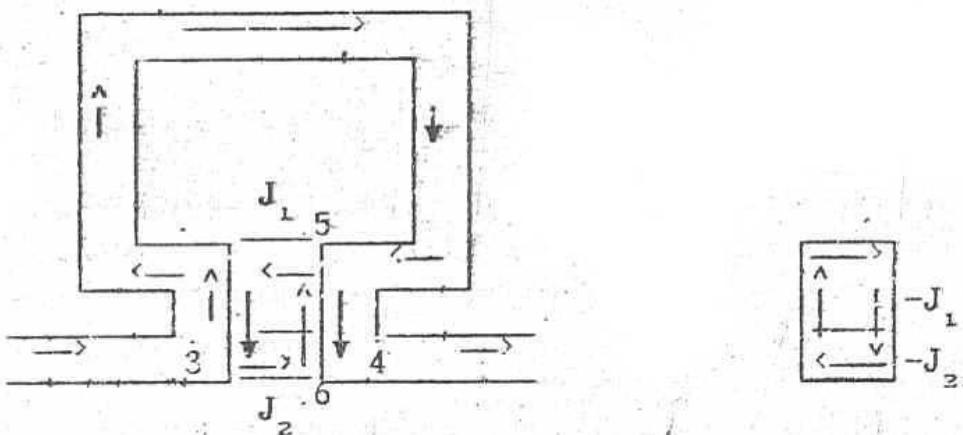


Рис.3 Стрелками схематически указано направление тока в капилляре, образующем Ω -элемент, и во вставке.

Тогда исходные уравнения Максвелла, связывающие напряженности магнитного H и электрического E полей, соответственно, с плотностью тока проводимости $J = \sigma E$, где σ – удельная электропроводность капилляра, и магнитной индукцией $B = \mu H$, где μ – магнитная проницаемость среды (разная магнитной проницаемости вакуума), примут вид

$$\text{rot}H = J + J_1 - J_1 + J_2 - J_2 = J^1 + J_1^* + J_2^*,$$

$$\text{rot}E = -i\omega\mu H,$$

т.е. такая вставка преобразует Ω -элемент в сумму трех объектов, которые изображены на Рис.4: прямолинейной трубки тока и двух замкнутых трубок тока: $J_1^* = \text{rot}M_1$; $J_2^* = \text{rot}M_2$, причем последние имеют одинаковое направление.

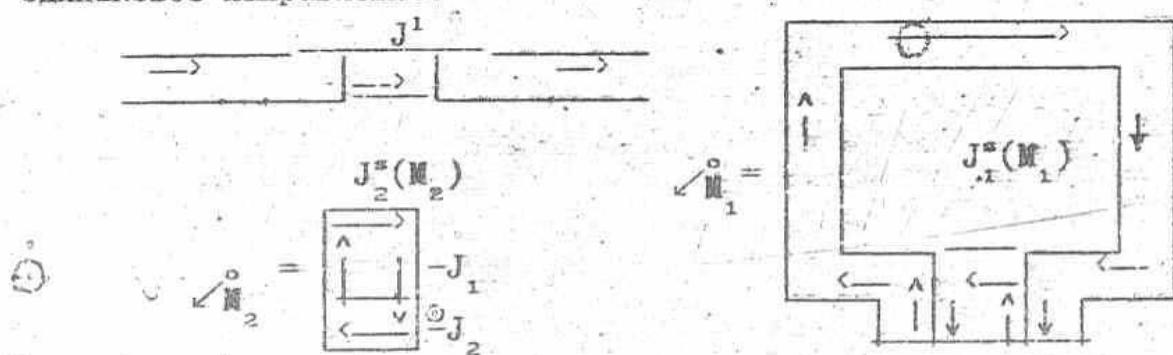


Рис.4

Новая материальная связь $J^1 = J^1(E, H)$ будет состоять из суммы тока, связанного с падением напряжения на Ω -элементе, и тока, наводимого электродвижущей силой индукции магнитного поля. Требуя, чтобы средняя

плотность электрического тока в Ω -элементе равнялась средней плотности электрического тока в прямолинейной части капилляра, получим

$$\tilde{J}_x = \sigma^* \hat{E}_x - i\omega\mu\sigma^* \frac{S}{\Delta x} \hat{H}_y,$$

или в общем виде $J^1 = \hat{\sigma} \hat{E} - i\omega\mu\hat{H}$, где σ^* - электропроводность Ω -элемента; S - площадь Ω -элемента; Δx - длина зазора между основаниями Ω -элемента; \tilde{J}_x - средняя плотность тока в замкнутой части капилляра; \hat{E}_x, \hat{H}_y - средние значения, соответственно, напряженности электрического поля вдоль замкнутой части капилляра и напряженности магнитного поля, пронизывающего площадку, ограниченной замкнутой частью капилляра.

Найдем среднее значение величины $M_1 = jM_y$. Пусть величина M_y постоянна в пределах поверхности, ограниченной замкнутым контуром Ω -элемента. Сначала найдем среднюю величину \tilde{m}_y по контуру τ , охватывающему поперечное сечение Ω -элемента:

$$\tilde{m}_y = \frac{1}{\tau} \int_{\tau} M_{\tau} d\tau = \frac{1}{\tau} \int_{\tau} J_1^s ds = \frac{1}{\tau} \Delta s \tilde{J}_x,$$

где Δs - площадь поперечного сечения вставки в замкнутой части капилляра.

Среднее значение \tilde{m}_y вдоль контура Ω -элемента будет равно

$$M_y = \tilde{m}_y = \frac{1}{L} \int_L \tilde{m}_y dl = \frac{1}{L} \int_L \frac{1}{\tau} ds \Delta s \tilde{J}_x.$$

Отсюда в общем виде можно записать: $M_1 = \beta\sigma^* \hat{E} - i\omega\mu\beta\hat{H}$. Тогда уравнения Максвелла примут вид

$$\begin{aligned} \text{rot} \hat{H} &= J^1 + \text{rot} M_1 = \sigma \hat{E} - i\omega\mu\hat{H} + \text{rot} M_1 \\ \text{rot} \hat{E} &= -i\omega\mu\hat{H}, \end{aligned}$$

где $\sigma = \begin{cases} \sigma' & \text{- вне вставки прямолинейной части капилляра} \\ \sigma^* & \text{- удельная электропроводность вставки} \end{cases}$

Полагая

$$\hat{H}' = \hat{H} - M_1 = \hat{H} - \beta\sigma^* \hat{E} + i\omega\mu\beta\hat{H} = ([1] + i\omega\mu\beta) \hat{H} - \beta\sigma^* \hat{E},$$

следовательно $\hat{H} = ([1] + i\omega\mu\beta)^{-1} \hat{H}' + ([1] + i\omega\mu\beta)^{-1} \beta\sigma^* \hat{E}$, получим

$$\begin{aligned} \text{rot} \hat{H}' &= \sigma \hat{E} - i\omega\mu \left[([1] + i\omega\mu\beta)^{-1} \hat{H}' + ([1] + i\omega\mu\beta)^{-1} \beta\sigma^* \hat{E} \right] = \\ &= (\sigma - i\omega\mu([1] + i\omega\mu\beta)^{-1} \beta\sigma^*) \hat{E} - i\omega\mu \left[([1] + i\omega\mu\beta)^{-1} \hat{H}' \right], \end{aligned}$$

$$\text{rot} \mathbf{E} = -i\omega\mu \left[([1] + i\omega\mu\beta\alpha) \overset{\wedge}{H'} + ([1] + i\omega\mu\beta\alpha) \overset{\wedge}{\beta\sigma^*} \mathbf{E} \right] = \\ -i\omega\mu ([1] + i\omega\mu\beta\alpha) \overset{\wedge}{H'} - i\omega\mu ([1] + i\omega\mu\beta\alpha) \overset{\wedge}{\beta\sigma^*} \mathbf{E}$$

или в низкочастотном приближении

$$\text{rot} \mathbf{H}' = \sigma \mathbf{E} - i\omega\mu\alpha \overset{\wedge}{H'} = \mathbf{J},$$

$$\text{rot} \mathbf{E} = -i\omega\mu \overset{\wedge}{H'} - i\omega\mu\beta\sigma^* \overset{\wedge}{\mathbf{E}} = -i\omega\mathbf{B},$$

где [1] – единичная матрица размерности 3x3.

Дополнив рассмотренную модель капиллярной системой, направленной вдоль оси Y и системой прямых капилляров в направлении оси Z, так, чтобы электропроводность горной породы во всех направлениях была одинаковой, получим материальные уравнения следующего вида

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \overset{\wedge}{\sigma} \overset{\wedge}{\mathbf{E}} - i\omega\mu\alpha \overset{\wedge}{\mathbf{H}}, \\ \mathbf{B} &= \overset{\wedge}{\mu} \overset{\wedge}{\mathbf{H}} + \overset{\wedge}{\mu\beta} \overset{\wedge}{\mathbf{E}}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\text{где } \overset{\wedge}{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix}; \overset{\wedge}{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \overset{\wedge}{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{pmatrix}; \overset{\wedge}{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & -\beta & 0 \\ \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Размерность новых параметров α – См, β – См.

Полученные материальные уравнения позволяют применить метод осреднения для вычисления эффективных электромагнитных параметров рассмотренной капиллярной системы в пренебрежении взаимным влиянием Ω -элементов.

Оценим величины, входящие в новые материальные уравнения. Пусть диаметр поры – 1мм, диаметр Ω -элемента – 10мм, длина вставки – 1мм. Электропроводность флюида везде в капилляре одинакова и равна σ_B – удельной электропроводности флюида. В единице объема горной породы содержится 1% Ω -элементов. Удельная площадь прямолинейных капилляров в плоскости YOZ – .01.

$$\text{Тогда: } \sigma/\sigma_B \approx .003; \alpha/\sigma_B \approx .25 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{м}}; \beta/\sigma_B \approx .0075 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{м}}.$$

Величина α пропорциональна диаметру Ω -элемента, величина β – пропорциональна диаметру поры.

Отметим, что параметры $\overset{\wedge}{\alpha}$ и $\overset{\wedge}{\beta}$ являются антисимметричными матрицами. Их структура будет определяться ориентацией Ω -элемента относительно прямолинейной части капилляра. Так, например, при повороте Ω -элемента относительно прямолинейного участка капилляра на 180 градусов параметры $\overset{\wedge}{\alpha}$ и $\overset{\wedge}{\beta}$ изменят знак на противоположный (L-среда). При других ориентациях будет меняться структура матриц $\overset{\wedge}{\alpha}$ и $\overset{\wedge}{\beta}$. Так, при повороте на 90 градусов, получим диагональные матрицы.

В постоянном электромагнитном поле эффекты бианизотропных свойств

среды в электрическом поле исчезают, в магнитном поле – остаются.

Таким образом, получены материальные уравнения для осредненных по объему горной породы уравнений Максвелла. Эти уравнения определяет новые, бианизотропные свойства геологической среды, состоящей из горной породы с упорядоченной системой электропроводящих капилляров сложной конфигурации. Эффективные параметры α и β являются необходимыми для адекватного описания электромагнитных свойств горной породы со сложной системой токопроводящих путей. Их введение является следствием извилистости поровых каналов, заполненных проводящим флюидом. Их физический смысл заключается в появлении электрического тока за счет электродвижущей силы индукции (параметр α) и появлением магнитных диполей (параметр β) при наличии в среде замкнутых электрических токов.

Отсюда следует необходимость решения прямых задач геоэлектрики в наиболее общих линейных моделях – анизотропных и бианизотропных моделях геологической среды. Значительный вклад в развитие этого направления внесли А.Н.Тихонов, Д.Н.Четаев, М.Г.Савин, Б.С.Светов, В.П.Губатенко, В.Г.Романов, С.И.Кабанихин и др. выдающиеся ученые. Особенno следует отметить работы Д.Н.Четаева в 60-х годах и М.Г.Савина по решению прямых задач в анизотропных средах с использованием калибровки Лоренца, надолго опередившие свое время, и фактически заложившего фундамент геоэлектрики анизотропных сред.

В диссертации ставятся и решаются прямые задачи геоэлектрики для наиболее общих линейных одномерных бианизотропных моделей геологической среды. Эти решения получены на основе представления уравнений Максвелла

$$\text{rot}H = \sigma E + \epsilon H,$$

$$\text{rot}E = -i\omega H - i\omega \epsilon E,$$

где σ , ϵ , i , ω – являются матрицами постоянных коэффициентов размерности 3×3 , с использованием разложения по плоским волнам, в виде системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{\partial}{\partial z} H = AH = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ E_z \\ E_y \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

где явный вид матрицы A опубликован в [22].

Решение прямой задачи магнитотеллурики в слоисто-бианизотропном

полупространстве. Решение системы (2.2) хорошо известно и имеет вид

$$X = e^{Az} X^0,$$

где X^0 – некоторый постоянный вектор.

С использованием этого решения получим решение задачи о продолжении поля через слоистую среду. Границные условия, которые в данном случае (без учета поверхностных токов) сводятся к требованию непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля на границах слоев, т.е. к непрерывности вектора X , приводят к следующему виду такого продолжения:

$$X^n(z_n) = \left[\prod_{i=0}^{n-1} e^{A^i h_i} \right] X^0 = BX^0,$$

где h_i – толщина i -го слоя, n – номер последнего слоя бесконечной толщины; X^0 – вектор-столбец элементы которого представляют собой тангенциальные компоненты электромагнитного поля зарегистрированные на дневной поверхности, поскольку при $z = z_0$ (данная плоскость совпадает с поверхностью земля-воздух) должно выполняться $X^1(z_0) = X^0$; z_n – глубина залегания последней границы.

Для решения задачи магнитотеллурики совместим последнюю границу с началом координат ($z_n = 0$, ось OZ направлена вниз) и представим решение в последнем слое бесконечной толщины в виде

$$X^n(z) = e^{A^n z} X^n(z_n) = CSC^{-1} X^n(0),$$

$$\text{где } S = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4 z} \end{pmatrix}; \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \text{ – собственные значения матрицы}$$

A^n ; C – матрица, составленная из собственных векторов матрицы A^n .

Из этого представления выделим решение X^+ , возрастающее при $z \rightarrow +\infty$ и решение X^- убывающее при $z \rightarrow +\infty$: $X^n(z) = X^+ + X^-$. Удовлетворяя условию на бесконечности необходимо положить $X^+ = CSC^{-1} X^n(0) = 0$ везде, в том числе и при $z \rightarrow 0$. Тогда \tilde{S} – матрица, получающаяся из матрицы S заменой диагональных элементов нулем, если действительная часть соответствующего собственного значения меньше нуля, и единицей, если действительная часть соответствующего собственного значения больше нуля. Отсюда получаем связь между тангенциальными компонентами электромагнитного поля X^0 , зарегистрированного на дневной поверхности $z = z_0$:

$$CSC^{-1} BX^0 = DX^0 = 0.$$

Из этой системы линейных алгебраических уравнений получим известные импедансные отношения, связывающие тангенциальные компоненты

напряженности электрического поля с тангенциальными компонентами магнитного поля. Например, через соответствующие подматрицы матрицы D:

$$Z = - \begin{pmatrix} d_{13} & d_{14} \\ d_{23} & d_{24} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix}.$$

Таким образом, линейные соотношения между тангенциальными компонентами электромагнитного поля на дневной поверхности являются следствием требования убывания электромагнитного поля на бесконечности.

Перейдем к решению прямой задачи для сосредоточенного источника.

Первичное поле сосредоточенного источника в бианизотропном пространстве. Найдем первичное поле в однородном бианизотропном пространстве, удовлетворяющее условию $X \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \pm\infty$.

Уравнения (2.2) для источника сосредоточенного в начале координат можно записать в матричном виде

$$\frac{\partial}{\partial z} X = AX + \delta(z) J^{st},$$

где J^{st} – вектор источников не электромагнитного происхождения; $\delta(z)$ – дельта-функция Дирака.

Тогда решение этого уравнения будет

$$X(z) = CSC^{-1} J^{st},$$

$$\text{где } S = \begin{pmatrix} \lambda_1 z U(z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e^{\lambda_2 z} U(-z) & Q & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 z} U(z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -e^{\lambda_4 z} U(-z) \end{pmatrix};$$

S – матрица, составленная из собственных векторов матрицы A; $\operatorname{Re}(\lambda_1, \lambda_3) < 0$, $\operatorname{Re}(\lambda_2, \lambda_4) > 0$; $U(z)$ – функция Хевисайда.

При этом разрыв на $z = 0$ равен: $X|_{z \rightarrow 0} - X|_{z \rightarrow +0} = J^{st}$.

Решение прямой задачи для сосредоточенного источника в слоистой бианизотропной среде с учетом линейной зависимости тангенциальных компонент электромагнитного поля. Пусть в слое с номером 0 находится источник, сосредоточенный в начале координат. Верхнее полупространство – слоисто-бианизотропное с количеством слоев, равное m , нижнее полупространство также слоисто-бианизотропное с количеством слоев, равное n . Слои с номерами m и n являются слоями бесконечной толщины, все другие слои имеют толщину h_i и характеризуются передаточной матрицей A_i .

Поле в слое с источником равно

$$X(z) = Z^*(z-h^+)X^* + Z^-(z-h^-)X^- + X^\Pi(z),$$

где h^+ , h^- - координаты, соответственно, подошвы и кровли слоя с источником; Z^+ , Z^- - передаточные матрицы зависящие от z и удовлетворяющие, соответственно, условиям: $Z^+(z-h^+)X^+ \rightarrow 0$ при $z \rightarrow -\infty$ и $Z^-(h^--z)X^- \rightarrow 0$ при $z \rightarrow +\infty$; X^+ и X^- - поля на подошве и кровле слоя с источником и удовлетворяющие, соответственно, условиям $V[\alpha]V^{-1}X^+ = 0$ и $V([1]-[\alpha])V^{-1}X^- = 0$, где $[\alpha]$ - матрица с диагональными элементами равными единице для собственных значений матрицы A^n больших нуля. Т.е. поле в слое с источником является суперпозицией трех полей: поля самого источника и полей от подошвы и кровли слоя.

Продолжим поле из слоя с источником в нижний слой бесконечной толщины с номером n :

$$X(h_n) = \prod_{i=1}^n e^{A^i h_i} X(h^+) = \prod_{i=1}^n e^{A^i h_i} \left(Z^+(0)X^+ + Z^-(h^--z)X^- + X^n(h^+) \right),$$

где h - толщина слоя с источником.

Поле в последнем слое бесконечной толщины равно

$$X^n(z) = e^{A^n(z-h_n)} X(h_n) = X^+ + X^- = CN(z-h_n) C^{-1} X(h_n),$$

где C - матрица, составленная из собственных векторов матрицы A^n :

$$N(z-h_n) = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1^n(z-h_n)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2^n(z-h_n)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3^n(z-h_n)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\lambda_4^n(z-h_n)} \end{pmatrix},$$

$\lambda_1^n, \lambda_2^n, \lambda_3^n, \lambda_4^n$ - собственные значения матрицы A^n .

Учитывая условие на бесконечности необходимо положить $X^+ = 0$. Это приведет к следующему: $X^n(z) = X^- = CN(z-h_n) C^{-1} X(h_n)$ везде, в том числе и при $z = h_n$; N - при $z = h_n$ - матрица с диагональными элементами, равными единице для собственных значений меньших нуля и равными нулю для собственных значений больших нуля.

Тогда, полагая $N(0) = N$, получим

$$X^n(h_n) = CNC^{-1} X(h_n) = CNC^{-1} \prod_{i=1}^n e^{A^i h_i} \left[Z^+(0)X^+ + Z^-(h)X^- + X^n(h^+) \right].$$

Продолжая поле $X^n(h_n)$ через нижнее слоистое полупространство с нижней границы $z = h_n$ на подошву слоя с источником ($z = -h^+$), получим поле X^+ :

$$X^+ = \prod_{i=1}^n e^{A^i h_i} CNC^{-1} \prod_{i=1}^n e^{A^i h_i} \left[Z^+(0)X^+ + Z^-(h)X^- + X^n(h^+) \right]$$

Аналогичным образом можно получить и для верхнего слоистого полупространства:

$$X^- = \prod_{i=1}^n e^{A^i h_i} SMS^{-1} \prod_{i=1}^n e^{A^i h_i} \left[Z^+(-h)X^+ + Z^+(0)X^- + X^n(h^-) \right],$$

где S - матрица, составленная из собственных векторов матрицы A^n ; N -

при $Z = h_m$ - матрица с диагональными элементами, равными единице для собственных значений больших нуля и равными нулю для собственных значений меньших нуля.

Тогда окончательно получаем систему двух матричных уравнений относительно неизвестных векторов X^+ и X^- , независящих от координаты z :

$$X^+ \left[[1] - \sum_{i=1}^n \tilde{P}e^{A^i h_i} C \tilde{N} C^{-1} \sum_{i=1}^n \tilde{P}e^{A^i h_i} Z^+(0) \right] = \sum_{i=1}^n \tilde{P}e^{A^i h_i} C \tilde{N} C^{-1} \sum_{i=1}^n \tilde{P}e^{A^i h_i} \left(Z^-(h) X^- + X^\Pi(h^+) \right),$$

$$X^- \left[[1] - \sum_{i=1}^m \tilde{P}e^{A^i h_i} S \tilde{M} S^{-1} \sum_{i=1}^m \tilde{P}e^{A^i h_i} Z^-(0) \right] = \sum_{i=1}^m \tilde{P}e^{A^i h_i} S \tilde{M} S^{-1} \sum_{i=1}^m \tilde{P}e^{A^i h_i} \left(Z^+(-h) X^+ + X^\Pi(h^-) \right),$$

где $[1]$ - единичная матрица размерности 4×4 .

Решение полученных линейных уравнений не представляет принципиальных трудностей. В частности при $X^- = 0$, получим уравнение относительно X^+ для случая, когда источник находится над слоистым бианизотропным полупространством:

$$X^+ = \left[[1] - \sum_{i=1}^n \tilde{P}e^{A^i h_i} C \tilde{N} C^{-1} \sum_{i=1}^n \tilde{P}e^{A^i h_i} Z^+(0) \right]^{-1} \sum_{i=1}^n \tilde{P}e^{A^i h_i} C \tilde{N} C^{-1} \sum_{i=1}^n \tilde{P}e^{A^i h_i} X^\Pi(h^+).$$

Таким образом, получено решение прямой задачи геоэлектрики в слоисто-бианизотропной модели геологической среды, в которой в произвольном слое находится сосредоточенный источник электромагнитного поля. Решение получено на основе передаточной матрицы слоя размерности 4×4 . Такая матрица удобна при условии отсутствия поверхностных зарядов на границе раздела сред. В противном случае необходимо учитывать 3 и 4 уравнения в системе уравнений Максвелла (2) и рассматривать шестимерную матрицу. В этом случае обобщение полученного решения для плоского поля и сосредоточенного источника не представляет принципиальных трудностей.

В общем случае, распространение электромагнитного поля в бианизотропной среде, которое непосредственно связано с собственными значениями передаточной матрицы слоя A , приводит к появлению двух типов волн, распространяющихся с разными фазовыми скоростями, затуханием и длинами волн. Распространение электромагнитного поля вглубь земли и обратно подчиняется разным законам. Иначе говоря, в бианизотропных средах нарушается принцип взаимности.

Анализ решений на основе вычислительного эксперимента. Используя полученные решения была проведена серия вычислительных экспериментов для анализа влияния анизотропии электропроводности и бианизотропных параметров на измеряемые на дневной поверхности электромагнитные поля.

Основные выводы сводятся к следующему. Анизотропия электропроводности (при равенстве нулю бианизотропных параметров) на основе анализа импедансов Z_{xx}, Z_{yy} в методе магнитотеллурического зондирования приводит к более однозначной интерпретации глубины залегания границы анизотропных слоев. Бианизотропные параметры приводят к эффекту уменьшения кажущейся электропроводности вплоть до отрицательных значений. Бианизотропный слой толщиной 10м, погруженный на глубину 1000м в проводящее полупространство, обладает свойством резонатора. Сигнал становления электромагнитного поля осложняется появлением низкочастотных (синусоидальных) колебаний на поздних временах регистрации.

Глава третья. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В СОВМЕЩЕННЫХ УСТАНОВКАХ

Одним из важных вопросов электrorазведки является оценка чувствительности и информативности совмещенных установок к неоднородностям геоэлектрической среды.

Энергетические соотношения для совмещенных установок. В работе [3] получены энергетические соотношения, позволяющие провести такой анализ. В случае неоднородного строения среды по электропроводности $\sigma = \sigma(x, y, z)$ ($J = \sigma E$, $\rho = \frac{1}{\sigma}$) и магнитной проницаемости $\mu = \mu(x, y, z)$ ($B = \mu H$) с использованием вывода энергетических соотношений [3], который можно свести к следующей схеме

$$\begin{aligned} \text{rot}H &= \sigma E + J^{\text{CT}} \quad | \cdot E; \times E; \cdot H^*; \times H | \int_V dV \quad | H^* = H(-x, -y, -z, \omega) \\ \text{rot}E &= -i\omega\mu H \quad | \cdot H; \times H; \cdot E; \times E | \quad | J^{\text{CT}} = iP\delta(r) \end{aligned}$$

где \cdot – означает скалярное, \times – векторное умножение, P – момент электрического диполя, направленного вдоль оси x , с последующим интегрированием по пространственным координатам по всему объему геологической среды V , можно получить следующие уравнения энергетического типа

$$PH_x(0, 0, 0, \omega) = - \int_V J \cdot H^* dV; \quad \int_V E \mu^* \cdot H^* dV = 0 \quad (3.1)$$

$$i\omega\mu PH_y(0, 0, 0, \omega) = -\frac{1}{2} \int_V \frac{\partial \rho}{\partial z} (J \cdot J) dV + \int_V E_z \text{div} J^{\text{CT}} dV + \frac{1}{2} \int_V \frac{\partial \mu}{\partial z} (B \cdot B) dV \quad (3.2)$$

$$i\omega\mu PH_z(0, 0, 0, \omega) = \frac{1}{2} \int_V \frac{\partial \rho}{\partial y} (J \cdot J) dV - \int_V E_y \text{div} J^{\text{CT}} dV - \frac{1}{2} \int_V \frac{\partial \mu}{\partial y} (B \cdot B) dV \quad (3.3)$$

$$PE_x(0, 0, 0, \omega) = - \int_V \rho (J \cdot J) dV - i\omega \int_V \mu H \cdot H dV \quad (3.4)$$

$$PE_y(0, 0, 0, \omega) = - \int_V H_z (\text{grad} \rho \cdot J) dV + \int_V H_z \rho \text{div} J^{\text{CT}} dV - \int_V E_z (\text{grad} \frac{1}{\mu} \cdot B) dV \quad (3.5)$$

$$PE_z(0,0,0,\omega) = \int_V H_y(\operatorname{grad} \rho \cdot J) dv - \int_V H_y \rho \operatorname{div} J^{\text{CT}} dv + \int_V E_y(\operatorname{grad}_{\mu}^{-1} \cdot B) dv. \quad (3.6)$$

Как следует из приведенных уравнений неоднородность по магнитной проницаемости и неоднородность по электропроводности входят в уравнения одинаковым образом. Следовательно анализ чувствительности и информативности различных компонент электромагнитного поля к неоднородностям геологического разреза в общем случае аналогичен анализу неоднородностям по электропроводности.

Как следует из полученных уравнений, компоненты электромагнитного поля по-разному зависят от неоднородностей геоэлектрического разреза.

Прежде всего отметим, что компоненты электромагнитного поля в отмеченных установках зависят от дивергенции стороннего тока, что можно рассматривать как аддитивную помеху в случае неконтролируемости условий заземления при гальваническом способе возбуждения электромагнитного поля. Для избежания этого требуется замкнутая система сторонних токов, либо бесконечно длинный кабель.

Полученные выше энергетические соотношения хотя и не дают количественных оценок, но их структура позволяет на качественном уровне провести анализ влияния геологических неоднородностей на электрическое и магнитное поле и выбрать оптимальный способ возбуждения и приема электромагнитного поля исходя из конкретной геологической задачи.

Коллинеарная компонента магнитного поля (3.1) несет информацию о неоднородности и анизотропии среды, так как в случае изотропной однородной среды, H_x -компоненты равна нулю. Эта компонента представляет наибольший интерес для определения анизотропии электропроводности геологической среды в методах электроразведки. Однородной среды, H_x -компоненты равна нулю. Эта компонента представляет наибольший интерес для определения анизотропии электропроводности геологической среды в методах электроразведки.

Наибольшей чувствительностью к горизонтальным геоэлектрическим границам обладает ортогональная компонента магнитного поля H_y . В подынтегральное выражение (3.2) входит производная сопротивления по вертикальной координате. Если среда кусочно-постоянна, то объемный интеграл преобразуется в поверхностный за счет появления поверхностной дельта-функции в результате дифференцирования на границах раздела сред. В случае отсутствия горизонтальных границ компонента H_y равна нулю.

Для изучения электрических свойств среды в горизонтальном расположении наибольший интерес представляет ортогональная компонента

магнитного поля H_z , так как в подынтегральное выражение (3.3) входит производная сопротивления по горизонтальной координате y . При наличии вертикальных геоэлектрических границ в кусочно-постоянной среде объемный интеграл сводится к поверхностному. В противном случае эта компонента равна нулю.

Наименьшей чувствительностью к неоднородностям геологического разреза при решении структурных задач обладает коллинеарная компонента электрического поля E_x , так как в подынтегральное выражение соотношения (3.4) сопротивление входит в виде самой функции без ее пространственных производных. Магнитное поле пропорционально функционалу, содержащему пространственные производные сопротивления и, кроме того, непрерывно на границах раздела сред с разными сопротивлениями. Поэтому ни первый объемный интеграл, ни второй в правой части (3.4) не позволяют преобразовать их в поверхностные за счет скачка сопротивления на геоэлектрических границах.

Ортогональная компонента электрического поля E_y , определяемая согласно (3.5), чувствительна практически к любому типу неоднородности. Однако учитывая, что магнитное поле H_z максимально на дневной поверхности, компонента E_y будет содержать информацию, в основном, о приповерхностном распределении сопротивления.

Энергетические соотношения оказываются полезным инструментом не только в анализе информативности и чувствительности совмещенных установок к неоднородностям геоэлектрической среды, но и для исследования смены знака в методе становления электромагнитного поля в совмещенных установках типа "петля в петле" в диспергирующих средах. Изучение дисперсия электропроводности, особенно после работы В.Л.Губатенко (1991), представляет актуальную задачу геоэлектрики.⁶ В работе [2] автором проведено обобщение известного результата [Губатенко, Тихаев, 1979] на случай диспергирующих сред. В совмешенной установке электрического типа для напряженности электрического поля $E(0,t)$ получено выражение

$$aI_o E(0,t) = - \int_V \left\{ j\left(\frac{t}{2}\right) E\left(\frac{t}{2}\right) - \int_{-\infty}^{t/2} [E'_\tau(\tau) j(t-\tau)d\tau - E(t-\tau) j'_\tau(\tau)]d\tau \right\} dv, \quad (3.7)$$

где I_o - момент тока в источнике.

Это энергетическое соотношение позволяет проводить анализ влияния дисперсии электропроводности на результаты электромагнитных зондирований в совмещенных установках. Так, например, для среды, структура которой может быть представлена в виде шахматной доски с параметрами каждой равносторонней клеточки

$\sigma_1 = \sigma_1 + i\omega\epsilon_1$, $\sigma_2 = \sigma_2 + i\omega\epsilon_2$, где $i = \sqrt{-1}$,
эффективная электропроводность в зависимости от частоты ω равна

$$\sigma^{\text{эф}}(\omega) = \frac{1}{Z} \frac{(\sigma_1 + i\omega\epsilon_1)(\sigma_2 + i\omega\epsilon_2)}{\sigma_1 + \sigma_2 + i\omega(\epsilon_1 + \epsilon_2)} \quad (3.8)$$

Подставляя (3.8) в уравнение связи j и E и учитывая, что максимальное значение $\rho^{\text{эф}}$ на постоянном токе имеет значение порядка $10^4 \Omega \cdot \text{м}$ (районы вечной мерзлоты), и полагая $\epsilon = 10^{-10} \Phi/\text{м}$, для $t > 10^{-6} \text{ с}$, с использованием теоремы о среднем, получим

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \int_0^t \sigma^{\text{эф}}(\tau) E(t-\tau) d\tau \approx \lim_{\lambda \rightarrow 0} \int_0^{10^{-5}} \sigma^{\text{эф}}(\tau) E(t-\tau) d\tau = E(t-\xi) \int_0^{10^{-5}} \sigma^{\text{эф}}(\tau) d\tau,$$

где $\xi \in [0, 10^{-5}]$. Тогда

$$j = 2 \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} E(t-\xi) + 2 \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 \partial}{\epsilon_1 + \epsilon_2 \partial t} E(t)$$

и (3.7) примет вид для $t > 10^{-5} \text{ с}$

$$a I_o E(0, t) = - \int_V \left\{ 2 \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} E^2 \left(\frac{t}{Z} \right) + 2 \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{\partial}{\partial t} E^2 \left(\frac{t}{Z} \right) \right\} dv. \quad (3.9)$$

Нетрудно показать при каких условиях может возникнуть смена знака. Для этого свернем уравнение (3.9) в предположении однородности среды с функцией $U(t) \frac{e^{ct}}{b}$ ($c = \frac{1}{Z} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\epsilon_1 \epsilon_2} \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$, $b = 2 \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}$).

Тогда:

$$a I_o E(0, t) * U(t) \frac{e^{ct}}{b} = - \int_V E^2 \left(\frac{t}{Z} \right) dv.$$

Таким образом, ЭДС в совмещенной установке электрического типа есть положительная функция при $t > c$, $a = -1$. При $t \leq c$ ЭДС может менять знак.

Однородная линейная пассивная среда. Рассмотрим геологическую среду как линейную однородную, в общем случае анизотропную, пассивную систему. Функция, описывающая такую систему является положительно определенной, т.е.

$$\langle (\sigma(t) + \sigma^T(-t)), \phi^* \bar{\phi} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} (\sigma(t) + \sigma^T(-t)) \phi^* \bar{\phi} dt \geq 0,$$

где $\phi \in \mathcal{E}$, \mathcal{E} — пространство основных функций; $\sigma(t)$ — электропроводность однородной анизотропной диспергирующей среды; $\sigma^T(t)$ — матрица, транспонированная к матрице $\sigma(t)$; $\bar{\phi}$ — функция, сопряженная к функции $\phi(t)$, т.е. $\bar{\phi} = \phi(-t)$.

Свернем первое уравнение Максвелла с функцией $E = E(-x, -y, -z, -t)$, второе, сопряженное к нему, с $H = H(x, y, z, t)$ и вычтем из первого

уравнения второе

$$\text{rot}H^*E - \text{rot}E^*H = j^*E + \frac{\partial}{\partial t}B^*H + j^{CT*}E, \quad (3.10)$$

где $*$ – означает операцию свертки по x, y, z, t переменным. Левая часть при $x, y, z \rightarrow 0$ исчезает в силу убывания поля на бесконечности.

Вызванная поляризация может быть полностью описана как линейная стационарная система, т.е.

$$j = \sigma^*E = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(t-\tau)E(\tau)d\tau.$$

Пусть магнитная проницаемость не обладает частотной дисперсией, тогда слагаемое в (3.10), отвечающее за магнитную энергию, будет равно нулю (интеграл по времени от нечетной функции). Поля E и H для стороннего тока, заданного в виде $j^{CT} = eI_o \delta(r)\delta(t)$, есть фундаментальное решение уравнений Максвелла и, следовательно, являются обобщенными функциями медленного роста, т.е. $E, H \in \mathcal{E}'$, где \mathcal{E}' – пространство обобщенных функций медленного роста, причем E и H – причинные функции.

Воспользовавшись условием диссипативности, получим

$$-I_o E(0, t) = \sigma^* E^* E = \frac{1}{2}(\sigma(t) + \sigma^*(-t))^* E^* E,$$

где $*$ – здесь и далее означает операцию свертки по временной переменной (интегралы по пространственным переменным опущены).

Учитывая, что $E(0, t) \in \mathcal{E}'$, можем получить

$$\begin{aligned} -\langle I_o E(0, t), \varphi^* \bar{\varphi} \rangle &= \frac{1}{2} \langle (\sigma(t) + \sigma^*(-t))^* E^* E, \varphi^* \bar{\varphi} \rangle = \\ \frac{1}{2} \langle (\sigma(t) + \sigma^*(-t)), (\overline{E^* E})^* (\varphi^* \bar{\varphi}) \rangle &= \frac{1}{2} \langle (\sigma(t) + \sigma^*(-t)), [E^* \varphi]^* [E^* \bar{\varphi}] \rangle = \\ \frac{1}{2} \langle (\sigma(t) + \sigma^*(-t)), [E^* \varphi]^* [\overline{E^* \varphi}] \rangle &= \frac{1}{2} \langle (\sigma(t) + \sigma^*(-t)), \psi^* \bar{\psi} \rangle \geq 0; \psi = E(-t)^* \varphi. \end{aligned}$$

Таким образом, условие положительной определенности для $-I_o E(0, t)$ выполнено. При $\varphi \neq 0$ это условие переходит в положительность обобщенной функции $-I_o E(0, t)$. Отсюда следует, что для произвольной $\varphi \in \mathcal{E}'$ (которую можно интерпретировать как форму импульса в источнике) всегда выполняется $-I_o E(0, t)^* \varphi \geq 0$.

Глава четвертая. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЗЕМЛИ

Электромагнитная активность геологической среды (первые члены разложения $J(0, 0)$ и $B(0, 0)$) формирует шумоподобный сигнал в виде электромагнитного излучения Земли. Традиционно это поле высокочастотного электромагнитного "шума" рассматривалось как помеха в классической электроразведке. В связи с этим изучение этого поля велось односторонне, в целях его подавления как помехи. Однако, в

последнее время ЭМИ рассматривается как поле, несущее полезную информацию о процессах, происходящих в геологической среде в настоящее время.

При изучении явления электромагнитной активности геологической среды будем исходить из следующих физических представлений:

1. Поле электромагнитного излучения является суперпозицией полей элементарных источников.

2. Элементарный источник ЭМИ связан с образующейся при разрушении трещиной - с зарядами, появляющимися на устье трещины и в процессе трения стенок трещины друг о друга; с проникновением проводящего флюида в полость трещины [Гершензон, Гохберг, 1994; Сейсмозелектромагнитные явления, 1988].

3. Элементарный источник ЭМИ - источник импульсного типа, в котором содержится широкий диапазон частот.

4. Электромагнитные параметры среды за время наблюдения ЭМИ не меняются.

5. Как и всякое электромагнитное поле, взаимодействие поля ЭМИ со сплошной средой подчиняется уравнениям Максвелла.

Изучение активности геологической среды, очевидно, должно строится на таком преобразовании случайных сигналов ЭМИ, которое позволяло бы решить обратную задачу - восстановить местоположение и интенсивность необратимых (разрушающих) деформаций горной породы, с которыми непосредственно связаны источники электромагнитного излучения. Очевидно также, что ЭМИ в линейной (для простоты - однородной и изотропной) среде, должно подчиняться уравнениям Максвелла. В этом случае сигнал ϕ от случайного источника f проходит геологическую среду с импульсной характеристикой G (в общем случае тензорной функцией Грина). Этот процесс можно представить в виде

$$\phi = G^* f,$$

где $*$ - означает операцию свертки по временной переменной. (Здесь предполаем, что источники ЭМИ сосредоточены в одной пространственной точке).

Детерминированной характеристикой случайного стационарного процесса является функция автокорреляции и, как следствие, модуль спектра ЭМИ, являясь энергетической характеристикой, будет детерминированной величиной.

Далее, положив форму сигнала $S(t)$ импульса каждого отдельного источника ЭМИ (трещины) одной и той же, и полагая разной (случайной) только амплитуду f и считая, что трещины появляются с интервалом времени Δt для сигнала ϕ электромагнитного излучения, получим

$$\varphi(t) = \sum_{j=1}^n U(t-j\Delta t) I_j S(t-j\Delta t),$$

где U - функция Хевисайда, или в спектральном представлении

$$\check{\varphi}(\omega) = \sum_{j=1}^n \check{S}(\omega) I_j e^{i\omega j \Delta t} = \check{S}(\omega) \sum_{j=1}^n I_j e^{i\omega j \Delta t}.$$

Для $\omega \rightarrow 0$ (и при малых Δt , так чтобы $\omega \Delta t \ll 1$), получим

$$\check{\varphi}(\omega) \approx \check{S}(\omega) \sum_{j=1}^n I_j (1 + i\omega j \Delta t) = i\omega \check{S}(\omega) \Delta t \sum_{j=1}^n I_j j,$$

где учтено $\sum_{j=1}^n I_j = 0$.

Как следует из работы [Мамбетов, 1973], средняя величина напряженности электрического поля, возникающая в результате появления электрических зарядов на противоположных сторонах трещины при ее образовании, составляет порядка 20 киловольт. Полагая амплитуду одинаковой и разнополярной, т.е. $I_j = (-1)^j$, получим

$$\sum_{j=1}^n I_j j = \sum_{j=1}^n (-1)^j j = (-1)^n \left[\frac{n+1}{2} \right],$$

где $[]$ - означает целую часть выражения, заключенного в эти скобки.

Отсюда модуль спектра сигнала ЭМИ в низкочастотной области сигнала будет равен

$$|\check{\varphi}(\omega)| = |\omega| |\check{S}(\omega)| \Delta t \left[\frac{n+1}{2} \right].$$

Очевидно, что при дальнейшем уменьшении Δt амплитуда сигнала ЭМИ будет уменьшаться.

Для пространственных координат, предполагая, что источник может менять положение только в горизонтальном направлении, аналогично получим с использованием представления через преобразование Фурье по горизонтальным координатам x, y и времени t

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \sum_{j=1}^n I_j \phi(x-x_j, y-y_j, z, t-t_j) = \\ &= \sum_{j=1}^n I_j \iiint_{-\infty}^{\infty} \check{\varphi}(k_x, k_y, z, \omega) \bar{e}^{i(k_x x + k_y y + \omega t)} e^{i(k_x x_j + k_y y_j + \omega t_j)} dk_x dk_y d\omega = \\ &= \iiint_{-\infty}^{\infty} \check{\varphi}(k_x, k_y, z, \omega) \bar{e}^{i(k_x x + k_y y + \omega t)} \left(\sum_{j=1}^n I_j e^{i(k_x x_j + k_y y_j + \omega t_j)} \right) dk_x dk_y d\omega. \end{aligned}$$

Учитывая, что для разложения по плоским волнам область пространственных частот ограничена $k \rightarrow 0$ (при измерениях вдали от источника), где $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + i\omega \sigma}$ - волновое число среды, то тогда

полагая $\sum_{j=1}^n I_j = 0$, получим

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(k_x, k_y, z, \omega) e^{i(k_x x + k_y y + \omega t)} \left(k_x \sum_{j=1}^n I_j x_j + k_y \sum_{j=1}^n I_j y_j + \omega \sum_{j=1}^n I_j t_j \right) dk_x dk_y d\omega =$$

$$= \frac{\partial \varphi}{\partial x} \sum_{j=1}^n I_j x_j + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \sum_{j=1}^n I_j y_j + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \sum_{j=1}^n I_j t_j.$$

или в общем случае миграции источников ЭМИ по всем трем пространственным координатам

$$\varphi(t) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \sum_{j=1}^n I_j x_j + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \sum_{j=1}^n I_j y_j + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \sum_{j=1}^n I_j z_j + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \sum_{j=1}^n I_j t_j.$$

Отсюда следует, что в пространственной области для несосредоточенных источников ЭМИ суммарный сигнал на низких частотах будет пропорционален пространственным производным передаточной функции среды и будет порождать некоторый дивергентный источник. Как следствие, рассредоточенные источники ЭМИ в совокупности порождают на дневной поверхности более локальную аномальную область электромагнитного излучения, чем сосредоточенные в одной точке. Проведенное численное моделирование этих эффектов подтверждает данный вывод. На рис.5 представлены результаты численного моделирования случайного электромагнитного поля от сферической области, диаметром 400м, в которой параметры источников (местоположение и амплитуда горизонтального электрического диполя) распределены по нормальному закону. Центр этой области находится на глубине 1км. На рис.5а, для сравнения, приведены кривые амплитуды и приращения фазы спектра горизонтальной составляющей составляющей напряженности электрического поля для одного источника в диапазоне частот от 1Гц до 5Гц с шагом 1Гц для одного источника. На рисунках 5б и 5в, соответственно, для 10 и 100 источников. Как следует из этих рисунков, с увеличением количества источников зона проявления аномалии уменьшается, а амплитуда возрастает.

Если амплитуда спектра ЭМИ полагается детерминированной функцией, то для восстановления детерминированного сигнала ЭМИ необходимо определить детерминированную фазу. Для определения детерминированной фазы учитывалось, что в близко расположенных приемниках сигналы ЭМИ не должны изменяться случайным образом, поскольку взаимодействие электромагнитного поля и сплошной среды закономерно. Это приводит к выводу, что детерминированными величинами являются модуль спектра сигнала

ЭМИ и градиент фазы ψ . Детерминированная фаза будет определяться из выражения $\text{grad}\psi' = S$. Нахождение ее в окрестности точки наблюдения может быть осуществлено на основе решения уравнения эйконала $(\text{grad}\psi')^2 = S^2$ для измеренных значений дискретных производных $S = |S|$. Тогда $\psi' = S\sqrt{x^2+y^2+z^2} + \psi'_0$, где ψ'_0 - некоторая начальная фаза.

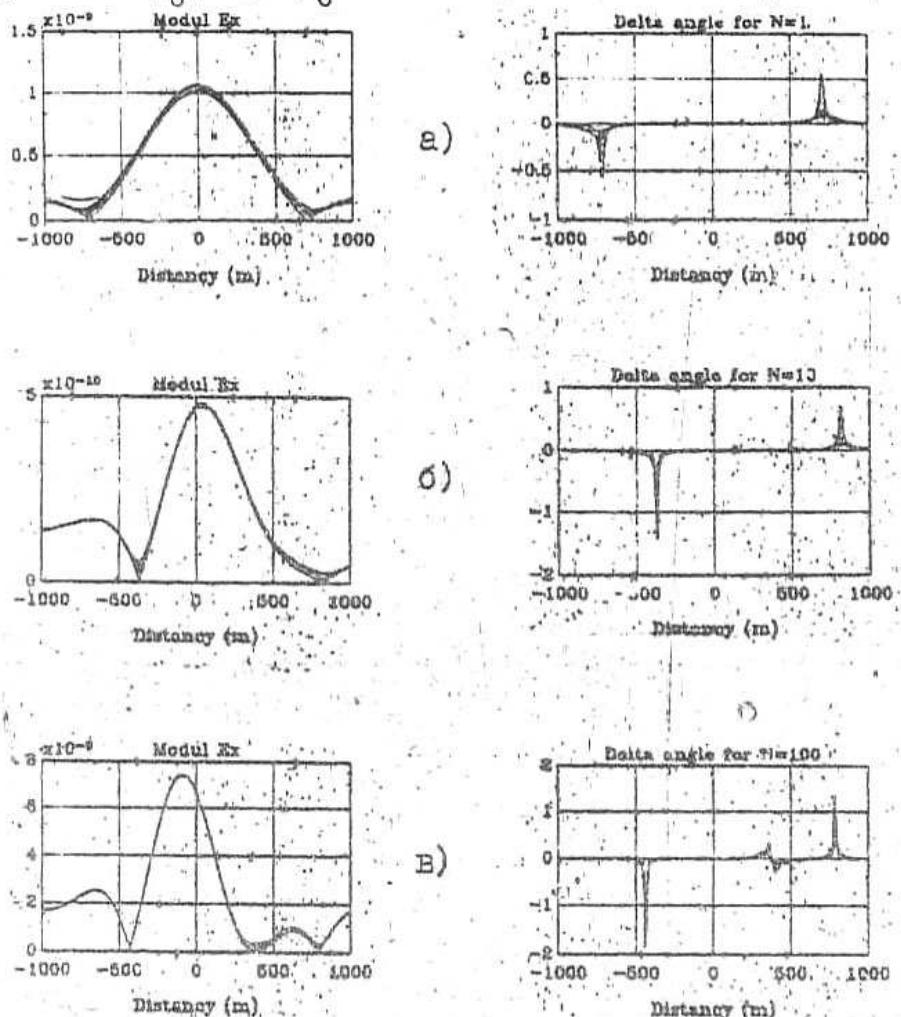


Рис.5

Учитывая, что переход к детерминированному сигналу ЭМИ включает нелинейные операции, необходимо выяснить, будет ли подчиняться преобразованный сигнал ЭМИ исходному линейному дифференциальному уравнению. В диссертации показано, что преобразование сигнала ЭМИ на основе амплитуды и градиента фазы приводит к детерминированному сигналу, который будет подчиняться исходному линейному дифференциальному уравнению.

Таким образом, преобразование поля ЭМИ к детерминированному позволяет использовать в решении прямых и обратных задач квазистационарное приближение, и как предельный случай - модель постоянного электромагнитного поля. С использованием этой модели решены прямая и обратная задача пассивного электромагнитного

мониторинга в двухслойной модели геологической среды. Численная проверка полученных решений позволяет сделать вывод о том, что система наблюдения пассивного электромагнитного мониторинга современных геодинамических процессов должна включать измерения поля ЭМИ вдоль профиля длина которого должна превышать глубину исследований минимум в 2 раза. Тогда местоположение и интенсивность области источников ЭМИ можно восстановить с достаточной точностью ($\pm 10\%$).

Как следует из предыдущего, существенное влияние на электромагнитное поле оказывает перемещение (движение) источника. Это обстоятельство потребовало рассмотреть самостоятельную задачу об анализе электромагнитного поля, создаваемого движущимся источником.

Движущийся источник электромагнитного поля в проводящей среде. Для однородной и изотропной среды решение уравнений Максвелла в квазистационарном приближении сводится к решению уравнения теплопроводности вида

$$\nabla^2 \phi - \mu \sigma \frac{\partial \phi}{\partial t} = -F(x-x_0, y-y_0, z-z_0, t), \quad (4.1)$$

где μ — магнитная проницаемость, σ — удельная электропроводность среды, x, y, z — пространственные координаты точки наблюдения; x_0, y_0, z_0 — пространственные координаты точки источника, t — время.

В случае движущегося источника его местоположение будет функцией времени $z_c = z_0(t)$ (здесь и далее будем рассматривать движение источника только вдоль оси z , если не оговорено иное) и, аналогично потенциалам Льенарда-Вихерта, решение уравнения (4.1) будет

$$\phi = F * G, \quad (4.2)$$

где $*$ — оператор свертки по пространственным и временным переменным,

$$G = \frac{(\sigma \mu)^{1/2}}{8\pi t^{3/2}} \exp\left(-\frac{\sigma \mu}{4t} r^2\right) \text{ — функция Грина уравнения теплопроводности, } r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Пусть источник описывается следующим образом:

$$F = \delta(x)\delta(y)\{\delta(z-z_0(t_1))\delta(t-t_1) - \delta(z-z_0(t_2))\delta(t-t_2)\},$$

$t_2 > t_1$, δ — дельта-функция Дирака.

Тогда решение (4.2) примет вид:

$$\phi = G(x, y, z-z_0(t_1), t-t_1) - G(x, y, z-z_0(t_2), t-t_2)$$

или, при малых $\Delta t = t_2 - t_1$, $\phi = \Delta t \left(\frac{\partial}{\partial t} G + v \frac{\partial}{\partial z} G \right)$, где $v = \frac{\Delta z}{\Delta t}$ — скорость перемещения источника.

Иначе говоря, появляется дополнительный источник электромагнитного поля, связанный с его движением, и амплитудой, пропорциональной скорости. График ϕ для различных значений скорости v представлен на

Рис.6. Как следует из этого рисунка, морфология функции ϕ резко меняется в зависимости от скорости перемещения источника. Затухание поля в пространстве слабее, чем для неподвижного (закрепленного) источника. На Рис.7, в двойном логарифмическом масштабе, приведены графики абсолютного максимума функции ϕ в зависимости от расстояния для неподвижного (кривая 1) и движущегося (кривые 2,3) источников, перемещающихся на расстояние 1м.

Таким же свойством обладает и электромагнитное поле. В качестве примера на Рис.8 представлены графики E_z компоненты электрического поля для стороннего тока, направленного по оси z .

Таким образом, движущийся источник создает в пространстве электромагнитное поле, существенно отличающееся от поля закрепленного

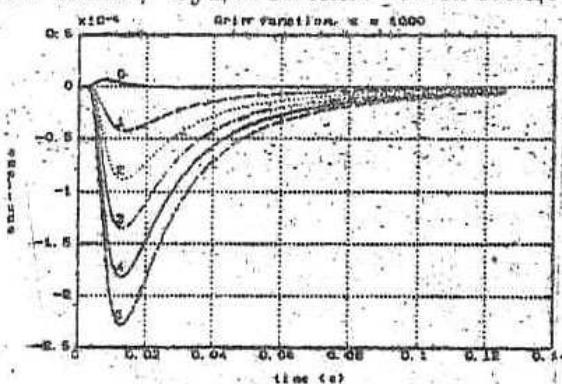


Рис.6 Графики функции ϕ на расстоянии $z=1000$ м для разнополярных импульсов с интервалом следования $\Delta t = 10^{-6}$ с. Параметры среды: $\sigma = 0.1$ См/м, $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Шифр кривых — скорость перемещения источника:
0 — 0 м/с; 1 — $2 \cdot 10^5$ м/с; 2 — $4 \cdot 10^5$ м/с; 3 — $6 \cdot 10^5$ м/с;
4 — $8 \cdot 10^5$ м/с; 5 — 10^6 м/с.

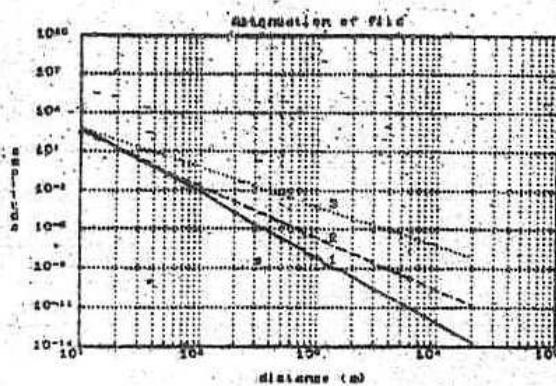


Рис.7 Графики затухания поля ϕ в пространстве ($x=y=0$). Параметры среды см. Рис.6; 1 — скорость источника $v=0$ м/с; 2 — скорость источника $v=2 \cdot 10^5$ м/с; 3 — скорость источника $v=10^6$ м/с.

источника и обладающее меньшим затуханием.

Аналогичные выражения можно получить и в частотной области. Действительно, решение уравнения (4.2) в частотной области можно записать в виде

$\psi = Q(x, y, z - z_0(t_1), \omega) e^{i\omega t_1} - Q(x, y, z - z_0(t_2), \omega) e^{i\omega t_2}$,
где $Q(x, y, z - z_0, \omega) = Q$ - функция Грина уравнения Гельмгольца.

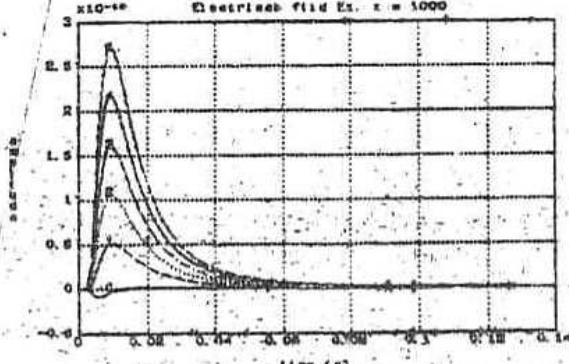


Рис. 8 Графики E_z . Обозначения см. Рис. 6.

При малых $\Delta t = t_2 - t_1$, получим $\psi = \Delta t (i\omega Q + v \frac{\partial}{\partial z} Q) e^{i\omega t_1}$.

Анализ особенностей электромагнитного поля, создаваемого движущимся источником, проведем для двух задач.

Задача I. Об ЭДС, создаваемой движущимся источником. Источник, представленный сторонним электрическим током, перемещается в однородной и изотропной среде вдоль оси x со скоростью v . Электродвижущая сила ϵ , наводимая в горизонтально расположенной приемной петле с площадью поперечного сечения $s \rightarrow 0$ и направленной вдоль оси ОУ декартовой системы координат X, Y, Z , пропорциональна скорости изменения магнитного потока, в силу чего она будет подчиняться уравнению

$$v^2 \epsilon - \mu \sigma \frac{\delta \epsilon}{\delta t} = s \mu \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot}_{y_x} J_x^{\text{ст}},$$

где $J_x^{\text{ст}} = J_x^{\text{ст}}(x, y; z - z_0(t), t)$, $z_0(t)$ - местоположение стороннего электрического тока в зависимости от времени.

Учитывая, что $\operatorname{rot}_{y_x} J_x^{\text{ст}} = \frac{\partial}{\partial z} J_x^{\text{ст}}$, и решая последнее уравнение с учетом интегрирования по частям, получим

$$\epsilon = -s \mu J_x^{\text{ст}} * \left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} G - v \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} G \right),$$

где $G = G(x, y, z, t)$ - фундаментальное обобщенное решение уравнения теплопроводности, $*$ - оператор свертки по переменным x, y, z и интегрирования по t .

Для $J_x^{\text{ст}} = P \delta(x) \delta(y) \delta(z - z_0(t)) f(t)$, где P - электрический момент, получим

$$\begin{aligned} \epsilon = & -s P \mu \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial z} G(x, y, z - z_0(\tau), t - \tau) d\tau + \\ & \int_{-\infty}^{\infty} s P \mu \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau) f(\tau) \frac{\partial^2}{\partial z^2} G(x, y, z - z_0(\tau), t - \tau) d\tau d\tau. \end{aligned}$$

Особенностью движущегося источника является, как следует из последнего выражения, отличие от нуля интеграла по времени от ЭДС. Действительно, проинтегрируем по времени последнее выражение. Первое слагаемое в правой части даст ноль. Учитывая, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, z - z_0(\tau), t - \tau) dt = \frac{1}{4\pi\sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0(\tau))^2}} = F(x, y, z, \tau),$$

окончательно получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} \epsilon dt = sP\mu \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau) f(\tau) \frac{\partial^2}{\partial z^2} F(x, y, z, \tau) d\tau.$$

Для $v(\tau) = v = \text{const}(\tau)$; $f(\tau) = 1$, $\tau = [0, \Delta t]$ и $f(\tau) = 0$, $\tau \notin [0, \Delta t]$; $z_0(\tau) = vt$, получим (при $z \gg v\Delta t$)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \epsilon dt = vsP\mu \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^{\Delta t} F(x, y, z, \tau) d\tau \approx -\frac{v\Delta t}{4\pi} \frac{sP\mu}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}},$$

т.е. вдали от источника интеграл по времени от ЭДС индукции ϵ будет пропорционален расстоянию, пройденному движущимся источником со скоростью v за время существования Δt . Таким образом, движение источника приводит к появлению стороннего магнитного тока, амплитуда которого пропорциональна расстоянию, пройденному сторонним электрическим током.

Задача 2. О влиянии движения электрического диполя на коллинеарную компоненту вектора напряженности электрического поля. Рассмотрим задачу о движущемся вдоль оси z электрическом диполе с электрическим моментом P , направленным также вдоль оси z . Уравнение для компоненты E_z вектора напряженности электрического поля имеет вид:

$$\nabla^2 E_z - \mu \sigma \frac{\partial E_z}{\partial t} = \mu \frac{d}{dt} J_z^{CT} - \rho \frac{\partial^2}{\partial z^2} J_z^{CT}, \quad (4.3)$$

где $\rho = 1/\sigma$ – удельное сопротивление среды;

$J_z^{CT} = P\delta(x)\delta(y)\delta(z - z_0(t))f(t)$ – плотность стороннего электрического тока.

Решение уравнения (4.3) после выполнения операции интегрирования по пространственным координатам примет вид:

$E_z =$

$$-P \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \left[\mu \frac{\partial}{\partial t} - \rho \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] G(R, t - \tau) d\tau + P\mu \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau) f(\tau) \frac{\partial}{\partial z} G(R, t - \tau) d\tau, \quad (4.4)$$

$$\text{где } G(R, t - \tau) = U(t - \tau) \frac{(\sigma\mu)^{1/2}}{8\pi(t - \tau)^{1/2}} \exp\left(-\frac{\sigma\mu}{4(t - \tau)} R^2\right);$$

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0(\tau))^2}.$$

На рис. 9 представлены результаты вычисления поля E_z для следующих параметров источника: $v = 2000 \text{ м/с}$; $f(\tau) = 1$, $\tau = [0, 10^{-4}]$ и $f(\tau) = 0$, $\tau \in [0, 10^{-4}]$; $z_0(\tau) = vt$; $P = 1 \text{ А}\cdot\text{м}$ и параметров среды $\mu = 4\pi 10^{-7} \text{ Г/м}$ и $\sigma = 0.1 \text{ См/м}$. Поле вычисляется при $x = 0$, $y = 0$. По оси ординат отложена амплитуда поля E_z .

Как следует из рис. 9, для движущегося источника наблюдается смена знака напряженности электрического поля E_z в зависимости от расстояния. Причем, при $z > 800 \text{ м}$ наблюдается увеличение амплитуды, которое объясняется тем, что поле, связанное с скоростью движения источника (последнее слагаемое в правой части (4.4), пропорциональное первой производной по z) затухает медленнее, чем для поля, связанного

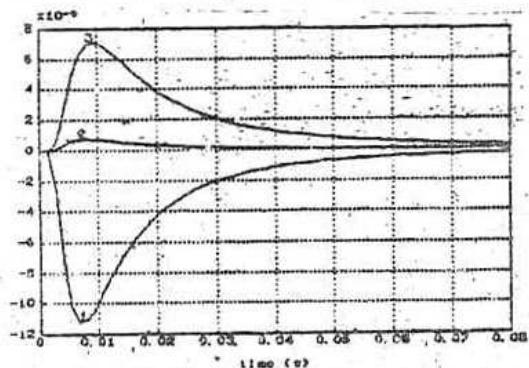


Рис. 9 Графики E_z : Шифр кривых – расстояние от начала координат: 1 – 750 м; 2 – 800 м; 3 – 850 м.

с первым слагаемым. Такое явление, объясняемое нелинейностью среды, наблюдается при горных взрывах и распространении в геологической среде упругих волн [Демин и др., 1995]. В то же время оно может быть объяснено в рамках линейной теории с учетом движущегося источника.

Таким образом, результирующее поле E_z движущегося источника имеет абсолютный минимум (зону интерференции) при распространении в пространстве вдоль направления перемещения электрического диполя, ориентированного по этому направлению.

Естественные источники электромагнитной эмиссии. Скорость перемещения электрических зарядов, образующихся в процессе трещинообразования, контролируется скоростью образования трещины. Однако, как следует из вышеизложенного, скорость должна быть значительной (сотни км/с), в то время, как существующие оценки дают величины порядка км/с. Однако, скорость роста трещины, как эффективной величины совокупности последовательно образующихся микротрещин вдоль некоторого направления, может быть более значительной, чем км/с. Это в полной мере соответствует результатам численного моделирования когда движение моделировалось включением и выключением источника при

последовательном перемещении его вдоль траектории движения.

Создание и конструирование источников электромагнитного поля в электроразведке на основе движущегося источника может быть также реализовано простым последовательным включением и выключением последовательно расположенных вдоль некоторой линии источников. Скорость последовательной коммутации так расположенных источников, которая может быть легко организована электротехническими средствами, может достигать тех значений, которые использовались при численном моделировании (сотни км/с).

В заключении диссертации приводятся результаты выполненных исследований, которые сводятся к следующему.

Для электромагнитных параметров среды, заданных в любой ортогональной системе координат в виде произведения изолированных функций координат, на основе теоремы о среднем получены эффективные макроанизотропные электрические и магнитные параметры.

На примере некоторых геодинамических процессов проведено математическое моделирование эффективной макроанизотропии электропроводности в зависимости от изменения структуры горной породы. Показано, что в случае масштабности этих процессов они отражаются в тензоре макроанизотропии электропроводности. На основе обобщения теоремы Липской получено решение прямой задачи в методе сопротивлений для слоисто-анизотропной модели геологической среды и произвольно расположенного источника постоянного электромагнитного поля.

Решена обратная задача для слоисто-анизотропной модели геологической среды. Показано, что в случае одноосной анизотропии каждого слоя решение данной задачи единственno. В случае произвольной анизотропии решение сводится к системам нелинейных алгебраических уравнений, обладающих неединственностью решения.

Для двухслойной произвольно анизотропной модели геологической среды получено решение обратной задачи электроразведки, которое обладает единственностью при измерении на дневной поверхности электрического потенциала и одной горизонтальной компоненты магнитного поля. С этой целью для данной модели было найдено решение прямой задачи для постоянного магнитного поля.

Решена задача об осреднении капиллярной системы электропроводности горной породы, что привело к новым линейным материальным уравнениям. Для произвольной линейной одномерной модели геологической среды (включая бианизотропию) получено решение прямой задачи магнитотеллурического зондирования. Показано, что бианизотропные параметры оказывают сильное влияние на амплитуду и фазу

магнитотеллурических импедансов.

Для переменного электромагнитного поля решена задача о точной аппроксимации плоскостью одномерного слоя, помещенного в проводящее пространство. Для тонких слоев получены известные выражения для вычисления суммарной продольной проводимости S-плоскости. В случае слоя большой толщины плоскость становится бианизотропной.

Решены прямые задачи для сосредоточенного источника в однородном бианизотропном пространстве; для бианизотропной плоскости, помещенной в однородное проводящее пространство; для сосредоточенного источника, находящегося в слоистом бианизотропном пространстве.

Предложен операторный подход для решения прямых задач в слоисто-бианизотропном пространстве. Решения на основе операторного подхода обладают простотой и удобством в решении прямых задач геоэлектрики в одномерных средах.

Для некоторых моделей геологической среды проведено численное моделирование электромагнитных полей и проведен анализ влияния бианизотропных параметров на результаты геоэлектрических исследований.

Получены энергетические соотношения для всех компонент электромагнитного поля в совмещенных установках в неоднородных по электрическим и магнитным параметрам средах. Обобщена теорема Губатенко-Тихшаева на случай диспергирующих сред. Проведен анализ полученных соотношений, который может быть полезен при разработке систем наблюдения как в электроразведке, так и активном электромагнитном мониторинге.

Случайное электромагнитное поле как суперпозиция причинных сигналов приводит к увеличению амплитуды спектра сигнала электромагнитного излучения Земли на низких частотах и, поскольку в этой области частот электромагнитное поле обладает меньшим затуханием, то при исследовании активности геоэлектрической среды наибольший интерес представляет низкочастотная часть спектра ЭМИ.

Преобразование случайного сигнала ЭМИ к детерминированному не изменяет линейного дифференциального уравнения и граничные условия, которым подчиняются компоненты электромагнитного поля в однородной среде. Детерминированными величинами являются амплитуда спектра сигнала ЭМИ и, как следствие, - приращение (пространственная производная) фазы.

На основании предыдущего решена прямая и обратная задача пассивного электромагнитного мониторинга для двухслойной среды. Показано, что для определения местоположения и амплитуды источников ЭМИ с достаточной точностью (~10%) необходимо использовать площадную систему наблюдений

перекрывающую глубину исследований минимум в два раза.

Решена обратная задача метода пассивного электромагнитного мониторинга для двухслойной анизотропной модели геологической среды. Показано, что для известных параметров анизотропии электропроводности решение обратной задачи единственно.

Решена задача о нахождении электромагнитного поля от движущегося источника в проводящих средах. Электромагнитное поле движущегося источника в проводящей среде отличается от электромагнитного поля закрепленного морфологией сигнала, меньшим затуханием в пространстве, наличием зоны интерференции в пространстве, отличием от нуля интеграла по времени от электродвижущей силы индукции.

Список основных публикаций по теме диссертации

1. Александров П.Н. Об обратной задаче геофизического мониторинга. // Недра Поволжья и Прикаспия. - 1993. - N5 - С.60-61.
2. Александров П.Н. О смене знака электродвижущей силы в совмещенных установках. - Физика Земли, М., 1994, N4, С.55-61
3. Александров П.Н. Анализ совмещенных установок, применяемых при электромагнитном зондировании. - Физика Земли, М., 1995, N4, С.83-88.
4. Александров П.Н. К теории вычисления эффективных электрических параметров горных пород. - Геология и Геофизика, Новосибирск, 1995, N5, т.36 - с.103-109.
5. Александров П.Н. К проблеме обратных задач электромагнитного мониторинга в анизотропных средах. - "Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Труды международной конференции", Воронеж: ВГУ, 1998. - с.315-324.
6. Aleksandrov P.N. Matimathical model of electromagnetic field emission taking into account motion of the source. - Jornal of earthquake prediction research, 1997, vol.6, N4 - pp.560-571.
7. Aleksandrov P.N. Bianisotropics qualities of the rock capillaries system. - 7-th international conference on complex media "Bianisotropics'98", 3-6 june 1998, Braunschweig (Germany). - pp.249-254.
8. Александров П.Н. Потенциальное поле источников электрического тока, распределенных в слоисто-анизотропной среде. - Физика Земли, М., 1998, N6, С.91-95.
9. Александров П.Н. Об определении анизотропии электропроводности горизонтально-слоистой среды в методе сопротивлений. - Физика Земли, М., 1998, N7, С.44-50.

10. Александров П.Н. Эффективная электропроводность горной породы и современные геодинамические процессы. Деп. в ВИНИТИ, М., 1993, N1885-B93, 29с.
11. Александров П.Н. О геофизическом мониторинге Тенгизского месторождения. Деп. в ВИНИТИ, М., 1992, N532-B92. - 15с.
12. Александров П.Н. К теории пассивного электромагнитного мониторинга современных геодинамических процессов. Деп. в ВИНИТИ, М., 1994, N1383-B94. - 15с.
13. Александров П.Н. Энергетические соотношения для всех компонент электромагнитного поля в совмещенных установках. - Деп. в ВИНИТИ, М., 1993, N2833-B93. - 13с.
14. Александров П.Н. К теории пассивного электромагнитного мониторинга. - Деп. в ВИНИТИ, М., 1994, N1383-B94 - 03.04.94 - 15с.
15. Александров П.Н. К электродинамике движущихся источников. - Деп. в ВИНИТИ, М., 03.03.95, N618-B95. - 9с.
16. Александров П.Н. К теории экспериментальной геоэлектрики. Часть I. - Деп. в ВИНИТИ, М., 04.05.95, N1230. - 15с.
17. Александров П.Н. Решение прямой задачи метода постоянного тока для источников распределенных в слоисто - анизотропной среде. - Деп. в ВИНИТИ, М., 28.02.96, N629-B95. - 9с.
18. Александров П.Н. Уравнение для движущегося источника электромагнитной эмиссии. - Деп. в ВИНИТИ, М., 28.02.96, N630-B95. - 17с.
19. Александров П.Н. Развитие метода Бурсиана В.Р. для вычисления эффективных электромагнитных параметров сложнопостроенной среды. - Деп. в ВИНИТИ, М., 26.09.95, N2638-B95. - 7с.
20. Александров П.Н. Обратная задача в методе сопротивлений для слоисто-анизотропных сред. - Деп. в ВИНИТИ, М., 19.05.97, N1645-B97. - 18с.
21. Александров П.Н. К обратным задачам электромагнитного мониторинга в анизотропных сред. - Деп. в ВИНИТИ, М., 25.12.96, N3812-B96. - 15с.
22. Александров П.Н. Прямая задача геоэлектрики в слоисто-бианизотропных средах. - Деп. в ВИНИТИ, М., 14.07.97, N2376-B97. - 24с.

