

Олимпиада «ЛИМОНОСОВ»

по механике и математическому моделированию – 2017/2018

9 класс

Критерии оценок задач:

Каждая задача оценивается в 20 баллов. Оценка 20 баллов ставится за правильное и полное решение задачи и правильный ответ.

За решение с различными недочетами (недостатки обоснования, неточности и т. д.) ставится 15 баллов. В некоторых задачах ставились также оценки 5 и 10 баллов за частичное продвижение в решении.

Внимание! Итоговый балл участника равен сумме баллов за пять задач из шести, то есть худшая из шести оценок за задачи в сумму баллов не входит.

Решения задач варианта 189

1. Из-за гололедицы коэффициент трения колес машины о дорогу уменьшился в 4 раза. Во сколько раз надо изменить скорость перед началом торможения, чтобы тормозной путь машины уменьшился на 19%?

Считать, что при торможении колеса машины не вращаются.

Ответ: в 20/9 раза. **Решение.** Изменение кинетической энергии равно по величине работе силы трения

$$\frac{mV^2}{2} = \mu mgS$$

По условию задачи можно записать:

$$\begin{aligned}\frac{mU^2}{2} &= \mu_1 mgS_1 \\ \frac{S - S_1}{S} &= \frac{19}{100} \\ \mu_1 &= \mu/4\end{aligned}$$

$$\text{Значит, } \left(\frac{U}{V}\right)^2 = \frac{\mu_1 S_1}{\mu S} = \frac{1}{4} \frac{81}{100} = \frac{9}{20} \text{ км.}$$

2. В фантастическом блокбастере состоялось сражение между двухголовыми сороконожками и трехголовыми драконами. У них оказалось суммарно 36 голов и 328 ног. Найдите общее количество

участников битвы, если известно, что все драконы имеют одинаковое количество ног.

Ответ: 14. Решение. Пусть было x сороконожек и y драконов. Тогда, если у каждого дракона a ног, то выполняется система
$$\begin{cases} 2x + 3y = 36, \\ 40x + ay = 328. \end{cases} \quad \text{Из}$$
 первого уравнения получаем, что y четно, то есть $y = 2n$, тогда $x = 18 - 3n$. При этом $n \in [1; 5]$. Подстановка во второе уравнение дает $40(18 - 3n) + 2an = 328$, то есть $n(60 - a) = 196$. Положительное a получается только при $n = 4$. Тогда $a = 11$, $x = 6$, $y = 8$.

3. Мотоциклист, двигаясь по круговой шоссейной трассе, проезжает мимо оброненной фляги с водой каждые 2 минуты, а также каждые 3 минуты обгоняет движущегося по этой же трассе велосипедиста. В какой-то момент он разворачивается и едет в обратном направлении. Скорости мотоциклиста и велосипедиста постоянные. Как часто мотоциклист будет встречаться с велосипедистом?

Ответ: Каждые 1,5 минуты. **Решение.** Пусть L – длина трассы, V_m и V_v – скорости мотоциклиста и велосипедиста соответственно.

Тогда $L = V_m \cdot 2$; $3(V_m - V_v) = L = 2V_m$.

Отсюда $V_v = \frac{1}{3}V_m \Rightarrow$ искомое время в минутах

$$\frac{L}{V_m + V_v} = \frac{2V_m}{V_m + V_m/3} = \frac{3}{2}$$

4. Условие В бак поместили шар, закрыли крышкой и через маленькое отверстие заполнили жидкостью плотностью 800 кг/м^3 , при этом шар остался лежать на дне. Когда жидкость заменили на другую, плотностью 1000 кг/м^3 , шар всплыл к верхней крышке и сила его давления на крышку оказалась вдвое меньше, чем сила давления на дно в первом случае. Определите плотность жидкости, которую нужно заливать в бак, чтобы шар не давил ни на дно, ни на крышку.

Ответ: 933 кг/м^3 . **Решение.** Сила давления равна разности силы Архимеда и силы тяжести. По условию

$$N = (\rho - \rho_1)gV$$

$$\alpha N = (\rho_2 - \rho)gV$$

$$0 = (\rho_3 - \rho)gV$$

$$\text{Отсюда } \rho_3 = \rho = \frac{\rho_2 + \alpha \rho_1}{1 + \alpha} \approx 933 \text{ кг/м}^3$$

5. Семьдесят семь серверов одинаковой мощности должны обработать два массива информации. Вначале все они обрабатывают первый массив. В момент, когда было обработано 25% первого массива, 33 сервера переключили на обработку второго массива. В момент, когда было обработано еще 25% первого массива, на обработку второго массива было переключено еще 33 сервера. После этого обработка обоих массивов была закончена одновременно. Какой массив больше и во сколько раз?

Ответ: второй массив больше в $\frac{51}{16} = 3\frac{3}{16} = 3,1875$ раз.

Решение. За каждый из трех этапов работы обработана $1/4$, $1/4$ и $1/2$ первого массива соответственно. Пусть первый массив равен A (единиц информации). За время первого этапа 77 серверов обработали $\frac{A}{4}$ единиц информации в массиве I. За время второго этапа 44 сервера обработали $\frac{A}{4}$ единиц информации в массиве I, а значит, 33 сервера обработали

$$\frac{33}{44} \cdot \frac{A}{4} = \frac{3}{16} A \text{ в массиве II (см. таблицу).}$$

Этапы работы	Массив I	Массив II
1 ($1/4$ первого массива)	77 серверов	0 серверов
2 ($1/4$ первого массива)	44 сервера	33 сервера
3 ($1/2$ первого массива)	11 серверов	66 серверов

За время третьего этапа 11 серверов обработали $\frac{A}{2}$ единиц информации массива I, а значит, 66 серверов обработали $\frac{66}{11} \cdot \frac{A}{2} = 3A$ единиц информации массива II.

В сумме обработано A единиц информации массива I и $\frac{3}{16}A + 3A = \frac{51}{16}A$ единиц информации массива II. Значит, второй массив в $\frac{51}{16} = 3\frac{3}{16} = 3,1875$ раз больше.