

Олимпиада "Предпринимательство"
(пробный профиль)
8-9 класс

Задача 1. Вычислить значение выражения:

$$xy, \text{ если } x + y = \sqrt{26}, \quad x - y = \sqrt{22}.$$

Решение. Получаем:

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{26}; \\ x - y = \sqrt{22}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x + y)^2 = 26; \\ (x - y)^2 = 22; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 26; \\ x^2 - 2xy + y^2 = 22. \end{cases}$$

Сделаем разность и выразим xy , получаем, что

$$xy = 1.$$

Ответ: 1.

Задача 2. Решить уравнение

$$\frac{|x - 3|}{|x - 2| - 1} = 1.$$

Решение. ОДЗ:

$$\begin{aligned} |x - 2| - 1 \neq 0 &\Rightarrow |x - 2| \neq 1 \Rightarrow \\ |x - 2|^2 \neq 1^2 &\Rightarrow x^2 - 4x + 3 \neq 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$x \neq 1, 3.$$

Раскроем модули:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{x-3} = 1 \text{ при } x > 3; \\ \frac{-x+3}{x-3} = 1 \text{ при } 2 \leq x < 3; \\ \frac{-x+3}{-x+1} = 1 \text{ при } x < 2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = 1 \text{ при } x > 3; \\ \frac{-2x+6}{x-3} = 0 \text{ при } 2 \leq x < 3 \text{ (нет решения)}; \\ \frac{2}{-x+1} = 0 \text{ при } x < 2 \text{ (нет решения)}. \end{cases} \Rightarrow$$
$$x > 3.$$

Ответ: $x > 3$.

Задача 3. Количество пассажиров, пользующихся общественным транспортом, возросло на 28% по сравнению с прошлым годом, а количество безбилетников уменьшилось на 2%. Определить сколько процентов пассажиров не оплатили свой проезд в этом году, если в прошлом году их было 4% от общего количества пассажиров.

Решение.

Общее количество: x — первый год;
 $1.28 \cdot x$ — второй год.

безбилетники: $0.04 \cdot x$ — первый год;
 $0.04 \cdot (1 - 0.02) \cdot x$ — второй год.

Имеем

$$\frac{0.04 \cdot (1 - 0.02) \cdot x}{1.28 \cdot x} = \frac{0.04 \cdot 0.98}{1.28} = \frac{0.98}{32} = \frac{49}{1600}.$$

Ответ: 3,0625%.

Задача 4. Завод выпускает продукцию двух видов A и B . Каждый из продуктов может быть окрашен в красный или зеленый цвета. Известно, что продукция A составляет 40% от общего объема продукции. 60% всей продукции окрашивается в красный цвет, в том числе 32% — продукции A , 20% всей продукции имеет дефект, в том числе 14% — продукции A . 20% красной продукции A и 2% красной продукции B с дефектом. Найдите сколько процентов зеленой продукции без дефекта каждого вида?

Решение.

Пусть x — весь объем продукции.

Из условий следует, что

$$\begin{aligned} A &= 0.4x \text{ — продукция } A; , \\ B &= 0.6x \text{ — продукция } B. \end{aligned}$$

Далее

$$\begin{aligned} A_r &= 0.32x \text{ — красная продукция } A; \\ B_r &= 0.28x \text{ — красная продукция } B, \end{aligned}$$

тогда

$$\begin{aligned} A_g &= 0.4x - 0.32x = 0.08x \text{ — зеленая продукция } A; \\ B_g &= 0.6x - 0.28x = 0.32x \text{ — зеленая продукция } B. \end{aligned}$$

Из условия:

$$\begin{aligned} A_b &= 0.14x \text{ — брак продукции } A; \\ B_b &= 0.06x \text{ — брак продукции } B. \end{aligned}$$

Говорится, что 20% красной продукции A имеет дефект, следовательно:
но:

$$A_{rb} = 0.2 \cdot A = 0.2 \cdot 0.32x = 0.064x \text{ — красные с дефектом продукции } A;$$
$$B_{rb} = 0.02 \cdot B = 0.02 \cdot 0.28x = 0.0056x \text{ — красные с дефектом продукции } B.$$

Получаем, что

$$A_{gb} = 0.14x - 0.064x = 0.076x \text{ — зеленые с дефектом продукции } A;$$
$$B_{gb} = 0.06x - 0.0056x = 0.0544x \text{ — зеленые с дефектом продукции } B;$$

Объединяя эти данные:

$$A_{og} = 0.08x - 0.076x = 0.004x \text{ — только зеленые с дефектом продукции } A;$$
$$B_{og} = 0.32x - 0.004x = 0.316x \text{ — только зеленые с дефектом продукции } B;$$

Ответ: 0.4% продукции A , 31.6% продукции B .

Задача 5. Автодорожная компания рассматривает вопрос об установлении платы за пользование участком платной автомагистрали. В компании выяснили, что спрос автомобилистов на проезд по этому участку трассы описывается уравнением $P=1400-200Q$ (где Q – число поездок по мосту в день, в тысячах человек, P – цена за проезд в рублях). Ответьте на вопросы и объясните свой ответ:

- А) Сколько поездок совершили бы автомобилисты в течение дня по этой трассе, если бы плата не взималась?
- Б) Если будет установлена плата 500 руб. за проезд по трассе, какая сумма поступит автодорожной компании от платы за проезд?
- В) Верно ли, что если плату за проезд по магистрали будут повышать, то доходы автодорожной компании тоже будут увеличиваться? Почему?

Решение и ответ

- А) Если $P=0$, то из уравнения $P=1400-200Q$ найдем, что $Q=7$ тыс. поездок по автомагистрали в день.
- Б) Если плата за проезд будет 500 руб., то $Q=7-(1/200) \cdot 500=4,5$ тыс. поездок, а доходы компании составят 500 руб. \cdot 4,5 тыс. поездок = 2,25 млн. руб. в день.
- В) Повышение платы за проезд по магистрали будет приводить к росту доходов автодорожной компании только до определенного момента. При высокой плате за проезд автомобилисты будут отказываться от проезда по этой дороге, и поступления, напротив снизятся (вариант: поступления рассчитываются как $P \cdot Q=1400Q-200Q^2$, максимум поступлений – в вершине этой параболы).

Задача 6. Предприятия по производству мебели в городе X используют разные технологии производства. Одни изготавливают и собирают мебель только с помощью механических инструментов (пила, рубанок, дрель, отвертка и т.д.). Другие применяют для этих целей электроинструменты (электропила, электродрель и т.д.). А третьи используют современное компьютеризированное оборудование для вырезки деталей, которое работает под контролем одного оператора. Затраты на производство мебели у этих производителей зависят от применяемой технологии (см. таблицу). При этом считается, что готовые комплекты мебели имеют одинаковое качество, и поэтому они продаются по одинаковой цене (320 тыс. руб. за комплект).

Затраты на производство 1 комплекта мебели при разных технологиях (тыс. руб.)

	Технология 1	Технология 2	Технология 3
Затраты на труд	40	80	180
Затраты на электроэнергию	100	90	60
Затраты на обслуживание производственного оборудования	150	60	20
Остальные затраты	20	40	30

Ответьте на вопросы и объясните свой ответ:

- А) Какая из технологий, показанных в таблице, соответствует использованию механических инструментов, какая – использованию электроинструментов, а какая – использованию компьютеризированного оборудования?
- Б) Какую технологию из этих трех лучше всего выбрать новому производителю, собирающемуся войти на этот рынок? Почему?
- В) Какие изменения произойдут на этом рынке, если рыночная цена за комплект мебели снизится до 300 тыс. руб.?

Решение и ответы.

А) Определим, каким способам производства соответствуют технологии 1, 2 и 3. Технология 3 – это механические инструменты, так как затраты на труд самые большие, а затраты на производственное оборудование самые маленькие. Технология 1 – компьютеризированное оборудование, так как затраты на оборудование и электроэнергию самые высокие, а затраты на труд – минимальные. Технология 2 – электроинструменты.

Б) Рассчитаем суммарные затраты при разных технологиях:

	Технология 1	Технология 2	Технология 3
Затраты на труд	40	80	180
Затраты на электроэнергию	100	90	60
Затраты на обслуживание производственного оборудования	150	60	20
Остальные затраты	20	40	30
ВСЕГО	310	270	290

С точки зрения максимизации прибыли новому производителю лучше всего выбрать технологию 2, так как затраты будут меньше, чем при других технологиях производства (соответственно, прибыль в расчете на единицу продукта будет выше).

В) Если рыночная цена станет 300 тыс. руб., то производства по технологии 1 станут убыточными. Компаниям, использующим технологию 1, придется либо перейти на другие технологии, либо уйти с рынка (это произойдет в ближайшее время, если убытки выше их переменных затрат, либо через определенное время (в долгосрочном периоде), если доходы будут все же покрывать их переменные затраты).