

Секция «Математика и механика»

Двумерные свертки и вычислительные алгоритмы

Васильев Александр Владимирович

Аспирант

Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского,

Физико-математический факультет, Брянск, Россия

E-mail: alexvassel@gmail.com

Мы рассматриваем двумерное сингулярное интегральное уравнение с ядром Кальдерона-Зигмунда [1] следующего вида

$$au(x) + v.p. \int_{\mathbf{R}^2} K(x-y)u(y)dy = v(x), \quad x \in \mathbf{R}^2 \quad (1)$$

и предлагаем для "компьютерного" решения применять следующую схему. Вместо уравнения (1) на целочисленной решетке (mod h) \mathbf{Z}_h^2 с шагом h рассматривается бесконечная система линейных алгебраических уравнений

$$au_h(x_j) + \sum_{y_i \in \mathbf{Z}_h^2} K(x_j - y_i)h^2 = v_h(x_j), \quad x_j \in \mathbf{Z}_h^2, \quad (2)$$

которая разрешима одновременно с (1) [2].

Далее берем сужение ядра $K(x)$ на "дискретный" куб $Q_N = \{x \in \mathbf{Z}_h^2 : |x| \leq N, |x| = \max|x_k|, k = 1, 2\}$.

Это сужение периодически продолжается на \mathbf{Z}_h^2 , и уравнение (2) мы заменяем уравнением с так называемой циклической сверткой [3,4]. Последнее позволяет применить аппарат быстрого преобразования Фурье и получить существенный выигрыш во времени по сравнению с решением "усеченной" системы (2).

Рассмотрены некоторые тестовые примеры, позволяющие проиллюстрировать вычислительные преимущества этого подхода.

Литература

1. Mikhlin S.G., Prössdorf S. Singular integral operators. Berlin, Akademie-Verlag, 1986.
2. Vasilyev V.B. On certain continual and discrete convolution operators. Proc. MATHMOD Vienna-09, 6th Vienna Conference on Mathematical Modeling, 11-13 February 2009, Vienna University of Technology. Full Papers CD Volume. Editors I. Troch, F. Breitenecker. Argesim Report No. 35. P. 2616-2618.
3. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления свертки. М.: Радио и связь, 1992.
4. Опенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2009.