Секция «Математика и механика»

Положительно определенные функции и спектральные свойства многомерного оператора Шредингера с точечными взаимодействиями

Голощапова Наталья Ивановна
Соискатель
ДонНУ, математический, Донецк, Украина
E-mail: ng85@bk.ru

Хорошо известно, что с дифференциальным выражением в $L(\mathbb{R}^d)$

$$-\Delta + \sum_{j=1}^{m} \alpha_j \delta(\cdot - x_j), \quad \alpha_j \in \mathbb{R}, \;\; m \in \mathbb{N} \tag{1}$$

при $d = 1$ для каждого набора $\alpha := \{\alpha_j\}_{j=1}^m$ естественным образом ассоциирован самосопряженный оператор.Подобная ситуация не имеет места при $d \in \{2, 3\}$, в силу того, что функционал $\delta(x) : \; f \to f(x)$ не является непрерывным в $W_2^1(\mathbb{R}^d)$. В классической работе [2] Березин и Фаддеев первыми предложили (для случая $m = 1$) ассоциировать с (1) однопараметрическое семейство всех самосопряженных расширений следующего минимального оператора H_d в $L^2(\mathbb{R}^d)$ с индексами дефекта $n_\pm(H_d) = m$ (см. также главы II.1, II. в [1])

$$H_d := -\Delta, \quad \mathrm{dom}(H_d) := \left\{ f \in W_2^2(\mathbb{R}^d) : f(x_j) = 0, \quad j \in \{1, .., m\} \right\}. \tag{2}$$

В настоящем исследовании мы обобщаем основной результат [2] на случай размерности $d \in \{2, 3\}$, а также случай произвольного конечного числа точечных взаимодействий. Именно, мы параматризуем все самосопряженные расширения минимального оператора (2) в рамках теории граничных троек и ассоциированных с ними функций Вейля, а также получаем качественную характеристику их спектра. В частности, показано, что характеристика спектра, полученная в [1] для узкого семейства самосопряженных расширений оператора (2), не меняется в случае произвольного самосопряженного расширения.

Отметим также, что настоящем исследовании мы применяем теорию радиальных положительно определенных функций к исследованию спектральных свойств самосопряженных расширений H_d. С этой целью мы независимо дополняем классическую теорему Шенберга.

Литература

1. Альбеверио С., Гестези Ф., Хеэг—Крон Р., Хольден Х. Решаемые модели в квантовой механике. М.: Мир. 1991.

2. Березин А., Фаддеев Л.Д. Замечание об уравнении Шредингера с сингулярным потенциалом // ДАН СССР. 1961. Т. 137, No 5, С. 1011–1014.