

Секция «Математика и механика»

О сходимости разностных схем для уравнений крупномасштабной
динамики океана

Друца Алексей Валерьевич

Аспирант

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия*

E-mail: ay-prog@yandex.ru

Проблема доказательства существования и единственности решения «в целом» для системы примитивных уравнений, описывающих крупномасштабную динамику океана (Примитивных уравнений) [7], [8], в течение многих лет оставалась открытой. Недавно (см. [1], [2], [3], [4], [5]) эта проблема была успешно решена, где существование и единственность решения были доказаны для различного вида областей в разных многообразиях. На основе данных результатов удалось доказать сходимость последовательности решений разностных схем к решению уравнений крупномасштабной динамики океана.

В настоящей работе для уравнений крупномасштабной динамики океана в единичном кубе рассматривается конечно-разностная схема. Для последовательности решений разностной задачи доказана сходимость к решению системы дифференциальных уравнений. А именно, доказано, что для произвольного промежутка времени $[0, T]$ в трехмерной области $\Omega \equiv [0, 1]^3$, для любых коэффициентов вязкости $\nu, \nu_1 > 0$ и любых начальных условий $U_0 \in C^2(\Omega)$, $\int_0^1 \operatorname{div} U_0 dz = 0$, $R_0 \in C^2(\Omega)$ последовательность сеточных решений сходится к решению уравнений динамики океана с порядком скорости $\tau + h^{3/2}$.

Положительный результат в данном направлении был достигнут, во-первых, благодаря наличию априорных оценок, доказанных в работах А. В. Друцы [2], [3] и Г. М. Кобелькова [4], [5]. Во-вторых, при получении некоторых оценок для ошибки между решением дискретной задачи и решением примитивных уравнений использовалась техника доказательства априорных оценок, примененная в работах [2], [3], [4], [5].

Литература

1. С.С. Cao, E.S. Titi, Global well-posedness of the three-dimensional viscous primitive equations of large scale ocean and atmosphere dynamics, *Annals of Mathematics*, 166(1), pp. 245-267, 2007.
2. A.V. Drutsa, Existence 'in large' of a solution to primitive equations in a domain with uneven bottom. *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling*, vol.24, No.6, pp. 515-542, 2009.
3. А.В. Друца, Существование "в целом" решения системы уравнений
4. крупномасштабной динамики океана на многообразии, *Математический Сборник*, в печати.

5. G.M.Kobelkov, Existence of a solution "in the large" for ocean dynamics equations, J. math. fluid mech., 9, pp. 588–610, 2007.
6. G.M.Kobelkov, Existence of a solution "in the large" for the 3D large-scale ocean dynamics equations, C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 343, pp. 283-286, 2006.
7. J.L.Lions , R.Temam, S.Wang, On the equations of the large-scale ocean, Nonlinearity, 5, pp. 1007-1053, 1992.
8. G.I.Marchuk, A.S.Sarkisyan eds., Mathematical models of ocean circulation, Novosibirsk, Nauka, 1980.

Слова благодарности

Данный результат был получен совместно с проф. Г.М.Кобельковым