

Секция «Математика и механика»

Полином Жегалкина для f_2^n и оценка для конъюнкторной сложности

Краснова Татьяна Игоревна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: kotovati@ya.ru

Будем рассматривать схемы из функциональных элементов в базисе $B = \{\&, \oplus, 1\}$ [1,2]. Пусть каждый элемент, реализующий сумму по модулю два, имеет вес 0. А каждый конъюнктор имеет вес 1. Тогда $L^\&(f)$ — наименьшая из сложностей схем, реализующих булеву функцию f ; под *сложностью схем* понимается сумма весов всех элементов этой схемы.

Для монотонных симметрических пороговых булевых функций

$$f_2^n(x_1, \dots, x_n) = \bigvee_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j$$

установлена асимптотическая верхняя оценка для конъюнкторной сложности этих функций.

Теорема. При растущем n

$$L^\&(f_2^n) \lesssim n.$$

В доказательстве теоремы важную роль играет многочлен Жегалкина.

Лемма.

$$f_2^n(x_1, \dots, x_n) = 1 \oplus \bigoplus_{1 \leq k \leq n} k_{\text{mod} 2} p_n^k(x_1, \dots, x_n),$$

где $p_n^k(x_1, \dots, x_n) = \bigoplus_{1 \leq i_1 < \dots <$

1. Лупанов О. Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. М.: Изд-во МГУ, 1984.
2. Редькин Н. П. Дискретная математика. М.: Физматлит. 2009.

Слова благодарности

Выражаю признательность Н.П. Редькину за постановку задачи и внимание к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00863), программы государственной поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-4437.2010.1) и программы фундаментальных исследований ОМН РАН «Алгебраические и комбинаторные методы математической кибернетики и информационные системы нового поколения» (проект "Задачи оптимального синтеза управляющих систем").