

Секция «Математика и механика»

Оценка сложности 1-самокорректирующихся схем для симметрических пороговых функций с порогом 2

Краснов Виктор Михайлович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: vtkrasnoff@ya.ru

Рассматриваются схемы из надежных и ненадежных функциональных элементов [1]. Схема называется 1-самокорректирующейся, если при переходе в неисправное состояние одного произвольного ненадежного элемента она реализует ту же самую функцию, что и при правильной работе всех ее элементов. Всякий надежный элемент имеет вес p ($p > 0$) и всегда реализует некоторую приписанную ему функцию из базиса. Каждый ненадежный элемент имеет вес 1 и в исправном состоянии реализует некоторую приписанную ему функцию из базиса, а в неисправном состоянии — булеву константу 0. Пусть $L_{1,0}^B(f)$ — наименьшая из сложностей 1-самокорректирующихся схем в базисе B , реализующих булеву функцию f ; под сложностью схемы понимается сумма весов всех элементов этой схемы. Для монотонных симметрических булевых функций $f_2^n(x_1, \dots, x_n) = \bigvee_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j$ в бесконечном базисе

$$B = \{x_1 \& x_2, x_1 \& x_2 \& x_3, \dots; x_1 \vee x_2, x_1 \vee x_2 \vee x_3, \dots\}$$

установлены следующие оценки.

Теорема 1. Для любого натурального $n \geq 3$ выполняется неравенство

$$L_{1,0}^B(f_2^n) \leq 3 \lceil \log_2 n \rceil + 3 + p.$$

Теорема 2. Для любого натурального $n \geq 10$ выполняется неравенство

$$L_{1,0}^B(f_2^n) > \log_3 n - 1.$$

Литература

1. Редькин Н. П. Надежность и диагностика схем. М.: Изд-во МГУ, 1992.

Слова благодарности

Выражаю признательность Н.П. Редькину за постановку задачи и внимание к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00863), программы государственной поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-4437.2010.1) и программы фундаментальных исследований ОМН РАН «Алгебраические и комбинаторные методы математической кибернетики и информационные системы нового поколения» (проект "Задачи оптимального синтеза управляющих систем").