

Секция «Математика и механика»

О средних значениях некоторых арифметических функций

Мартыненко Дмитрий Романович

Студент

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: dmr2@mail.ru

Рассмотрим мультипликативную функцию  $\sigma(n)$  – сумму делителей числа  $n$ , определяемую на степенях простых чисел формулой:

$$\sigma(p^\alpha) = \frac{p^{\alpha+1} - 1}{p - 1}.$$

Известно, что

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma(n)}{n \ln \ln n} = e^\gamma,$$

а в предположении верности гипотезы Римана доказана явная оценка

$$\sigma(n) < e^\gamma n \ln \ln n$$

для достаточно больших  $n$ .

Указанные результаты позволяют предположить, что ряд  $\sum \frac{1}{\sigma(n)}$  расходится, поскольку расходится ряд  $\sum \frac{1}{n \ln \ln n}$ .

Рассмотрим функцию  $\Psi(x) = \sum_{n \leq x} \frac{1}{\sigma(n)}$  и, с учётом вышесказанного, найдём асимптотику этой функции при  $x \rightarrow \infty$ . Нахождение асимптотик сумматорных функций является актуальным направлением в исследованиях в теории чисел.

В работе получен следующий результат:

$$\Psi(x) = \sum_{n \leq x} \frac{1}{\sigma(n)} = A_1 \ln x + A_2 + O\left(\frac{\ln^2 x}{x^{2/3}}\right).$$

Оценка производится методом контурного интегрирования.

**Слова благодарности**

Автор выражает благодарность научному руководителю доценту кафедры математического анализа ММФ МГУ к.ф.-м.н. А.В.Бегунцу и аспиранту кафедры математического анализа ММФ МГУ И.С.Тимергалиеву за руководство проводимым исследованием.