

Секция «Математика и механика»

Модуль непрерывности, соответствующий производной Рисса

Артамонов Сергей Юрьевич

Аспирант

ТНУ- Таврический Национальный Университет им. В.И. Вернадского, математики
и информатики, Севастополь, Украина

E-mail: sergei.artamonov@gmail.com

Модулем гладкости k -го порядка называется величина [1]

$$\omega_k(f, \delta)_p = \sup_{0 \leq h \leq \delta} \left\| \sum_{\nu=0}^k (-1)^{k-\nu} C_k^\nu f(x + \nu h) \right\|_p, \quad f \in L_p, \quad \delta \geq 0, \quad (1)$$

где $\| \cdot \|_p$ стандартная норма в пространстве L_p 2π -периодических функций одной переменной с $1 \leq p \leq +\infty$, $C_k^\nu = \frac{k(k-1)\dots(k-\nu+1)}{\nu!}$.

Конструкция (1) может быть обобщена, если натуральный параметр k заменить на вещественный неотрицательный параметр α , а конечную сумму в (1) заменить на бесконечную сумму по всем неотрицательным целым значениям. Полученные таким путем модули гладкости изучались многими авторами, в частности С.Тихоновым и М.К. Потаповым [2].

В работе К.В. Руновского и Х.-Ю. Шмайссера [3] введен модуль непрерывности, соответствующий производной Рисса

$$\omega(f, \delta)_p = \sup_{0 \leq h \leq \delta} \left\| \frac{4}{\pi^2} \sum_{\nu \in \mathbb{N}} \frac{f(x + (2\nu + 1)h)}{(2\nu + 1)^2} - f(x) \right\|_p, \quad \delta \geq 0. \quad (2)$$

Получены прямая оценка типа Джексона, обратная оценка типа Бернштейна и теорема об эквивалентности K -функционалу, соответствующему производной Рисса.

В данной работе предлагается модификация модуля (2)

$$\omega(f, \delta)_p = \sup_{0 \leq h \leq \delta} \left\| \frac{3}{\pi^2} \sum_{\nu \neq 0} \frac{f(x + \nu h)}{\nu^2} - f(x) \right\|_p, \quad \delta \geq 0. \quad (3)$$

Для модуля (3) доказаны прямая оценка типа Джексона, обратная оценка типа Бернштейна и теорема об эквивалентности K -функционалу, соответствующему производной Рисса.

Литература

1. DeVore, R. and G. Lorentz: Constructive Approximation. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag 1993.
2. Tikhonov, S.: Moduli of smoothness and the interrelation of some classes of functions. In: Function Spaces, Interpolation Theory and Related Topics. Printed by W. de Gruyter: Berlin, New York, 2002, 413–424.
3. K. Runovski, H.-J. Schmeisser: On Modulus of Continuity Related to Riesz Derivative. ZAA 2011(to appear).