

Секция «Математика и механика»

Одномерные минимальные заполнения с рёбрами отрицательного веса

Овсянников Захар Николаевич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: agent.wd28@gmail.com

Задача о минимальном заполнении конечного метрического пространства впервые была поставлена Ивановым и Тужилиным в статье "Одномерная проблема Громова о минимальном заполнении". Она возникла на стыке двух классических задач: проблемы Штейнера о кратчайшей сети и проблемы Громова о минимальном заполнении гладкого многообразия.

Взвешенные графы с неотрицательными весами рёбер, соединяющие данное метрическое пространство так, что для любых двух точек метрического пространства вес любого пути, соединяющего их в графе, не меньше расстояния между ними в метрическом пространстве, называются *заполнениями*. Задача состоит в поиске *минимального заполнения*, т.е. заполнения наименьшего веса.

Было показано, помимо прочего, что любое минимальное заполнение можно свести к дереву, у которого степень 1 имеют только граничные (принадлежащие пространству) вершины.

Полученные результаты можно обобщить, если разрешить рёбра с отрицательными весами и искать минимум среди графов, являющихся вышеописанными деревьями — так называемые *обобщенные минимальные заполнения*.

При этом не только сохраняется большинство свойств, доказанных в [1], но и имеет место следующее утверждение: *Для произвольного конечного псевдометрического пространства вес обобщенного минимального заполнения равен весу минимального заполнения в обычном смысле*. Этот результат позволяет существенно упростить исходную задачу поиска веса минимального заполнения — пропадает необходимость проверять веса рёбер на неотрицательность. В частности, используя данное утверждение, А. Ю. Еремин получил формулу для вычисления веса минимального заполнения конечного метрического пространства.

Литература

1. Иванов А.О., Тужилин А.В. Одномерная проблема Громова о минимальном заполнении //Математический сборник, в печати
2. Еремин А.Ю. Формула веса минимального заполнения конечного метрического пространства //Математический сборник, в печати

Слова благодарности

Автор благодарит А. О. Иванова и А. А. Тужилина за постоянное внимание и поддержку, а также Н. П. Стрелкову за неоценимую помощь в работе.