

Секция «Математика и механика»

Об одной дифференциальной игре второго порядка и ее компьютерном моделировании.

Санникова Елена Геннадьевна

Студент

Челябинский государственный университет, Факультет прикладной математики,

Челябинск, Россия

E-mail: lena-san87@mail.ru

В пространстве \mathbb{R}^2 рассматривается дифференциальная игра с фиксированным временем окончания p , которая описывается системой уравнений, предложенной в [1]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = u, \\ \dot{y} = bv, \end{cases}$$

где $b > 0$, u и v - управления первого и второго игроков соответственно.

Пусть $\|\cdot\|$ - норма в \mathbb{R}^2 .

На управление первого игрока накладывается интегральное ограничение:

$$\mu(t) = \mu_0 - \int_t^p \|u(r)\|^2 dr \geq 0, \quad \mu_0 > 0, \quad t_0 \leq t \leq p.$$

На управление второго игрока накладывается геометрическое ограничение:

$$\|v\| \leq 1.$$

Цель первого игрока заключается в минимизации расстояния

$$\|y(p) - x(p)\|,$$

цель второго игрока противоположна.

Стратегией первого игрока является функция вида:

$$u(t, z) = \varphi(t) \cdot \omega(t, z),$$

где $z = y - x - \dot{x} \cdot (p - t)$ и $\omega(t, z)$ - любая функция, удовлетворяющая равенству $\|\omega(t, z)\| = 1$.

Функция $\varphi \in L_2[t_0, p]$ неотрицательна и строится в зависимости от начальных условий t_0, z_0, μ_0 и удовлетворяет неравенству:

$$\int_{t_0}^p \varphi^2(t) dt \leq \mu_0.$$

Стратегией второго игрока является любая функция $v(t, z)$, удовлетворяющая неравенству:

$$\|v(t, z)\| \leq 1.$$

Согласно [2], оптимальное управление строится с помощью функции $\varphi(t)$, которая является решением оптимизационной задачи:

$$G(t_0, z_0, \mu_0) = \inf_{\varphi(\cdot)} G_*(t_0, z_0, \varphi(\cdot)), \quad \varphi(t) \geq 0,$$

$$\int_{t_0}^p \varphi^2(t) dt \leq \mu_0,$$

где

$$G_*(t_0, z_0, \varphi(\cdot)) = \max\left\{ \max_{t_0 \leq \tau \leq p} \int_{\tau}^p (b - (p - r)\varphi(r)) dr; \|z_0\| + \int_{t_0}^p (b - (p - r)\varphi(r)) dr \right\}.$$

В [2] было доказано, что $G(t_0, z_0, \mu_0)$ является ценой игры.

Произведено компьютерное моделирование полученных результатов на языке программирования C++.

Литература

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. М.: Мир. 1967. 479 с.
2. Алеева С.Р., Ухоботов В.И. Однотипная игра с интегральным ограничением первого игрока. //Вест. ЧелГУ. Сер. Математика, механика. 1999.

Слова благодарности

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю к.ф.-м.н. Алеевой Сюзанне Рифхатовне и доктору физико-математических наук, профессору Ухоботову Виктору Ивановичу за ценные указания, постоянное внимание к работе и поддержку.