Секция «Математика и механика»

(β,α)-преобразования и кодирования

Быховская Анна Юрьевна
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: b-anne@yandex.ru

Для произвольного $\beta > 1$ определим отображение $T = T_\beta : [0,1] \mapsto [0,1]$, $Tx = \{\beta x\}$, где $\{x\}$-дробная часть x. Тогда β-разложением $x \in [0,1]$ называется последовательность $d(x,\beta) = (d_n(x,\beta),\, n > 0)$, где $d_n(x,\beta) = [\beta T_\beta^{n-1} x]$, а $[x]$ обозначает целую часть x. Замыкание (в естественной топологии прямого произведения) множества β-разложений чисел из полуинтервала $[0,1)$ называется β-сдвигом. Вводя на этом множестве лексикографический порядок, в работе [1] выводятся некоторые динамические свойства β-сдвигов и, в том числе, строится их префиксный код, то есть множество конечных последовательностей, ни одна из которых не является началом другой, а их бесконечные конкатенации образуют β-сдвиг.

В докладе будет рассказано об (β,α)-сдвиге — естественном обобщении β-сдвига, когда отображение T_β заменяется на $T = T_{\beta,\alpha} : [0,1] \mapsto [0,1]$, $Tx = \{\beta x + \alpha\}$, $0 \le \alpha < 1$. Будет построен „марковский“ код (для такого кода за данным словом может идти не любое кодовое слово, а лишь принадлежащее некоторому подмножеству) и доказано, что уже в случае, когда график Tx симметричен относительно точки $1/2$ (середины отрезка), а β равно золотому сечению, кода без запретов не существует. Для этого примера также будет построена производящая функция множества конечных начальных подслов (β,α)-разложений. Она оказывается рациональной, а её наименьший по модулю полюс равен $1/\beta$, то есть, согласно [2], совпадает с e^{-h}, где h — топологическая энтропия для β-сдвига.

Литература

1. F. Blanchard, β-Expansion and Symbolic Dynamics, Theoretical Computer Science 65 131-141, 1989.

2. F. Blanchard and G. Hansel, Systemes codes, Theoretical Computer Science 44 14-49, 1986.