

Секция «Математика и механика»

Субэкспоненциальные оценки в теореме Ширшова о высоте

Харитонов Михаил Игоревич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: krab8nog@yandex.ru

Доклад посвящен получению субэкспоненциальных оценок в теореме Ширшова о высоте. Данные оценки были получены в ходе совместной работы с А. Я. Беловым. Множество слов V имеет высоту h над множеством слов Y (именуемым базисом Ширшова, если каждое слово из V имеет вид

$$v_{i_1}^{k_1} \dots v_{i_s}^{k_s},$$

где $v_{i_\alpha} \in Y$ при всех α и $s \leq h$). Слово W называется n -разбиваемым, если его можно представить в виде $W = W_0 W_1 \dots W_n$ где подслова W_1, \dots, W_n идут в порядке лексикографического убывания. Из не n -разбиваемых слов состоит базис алгебры с тождеством степени n . А. И. Ширшов показал, что множество слов, не являющихся n -разбиваемыми, над алфавитом из l букв имеет ограниченную высоту h над Y – множеством слов степени не выше $n - 1$. Мы показываем, что $H \leq \Phi(n, l)$, где

$$\Phi(n, l) = E_1 l \cdot n^{E_2 + 9(2e^2 + 1) \ln n},$$

где $E_1 = 12^{3(2e^2 + 1) \ln 12 + 3} + 1$, $E_2 = 9 + \ln 2 + 6(2e^2 + 1) \ln 12$, $e = 2.718281828 \dots$. Пусть l , n и $d > n$ – некоторые натуральные числа. Тогда все слова над l -буквенным алфавитом длины не меньше, чем $\Psi'(n, d, l)$, либо содержат x^d , либо являются n -разбиваемыми, где

$$\Psi'(n, d, l) = D_1 l (n^2 d)^{(2e^2 + 1) \ln(n^2 d) + D_2} (nd)^4,$$

здесь $D_1 = 3^{(2e^2 + 1) \ln 3 + 2}$, $D_2 = 2(2e^2 + 1) \ln 3 + 2$.

Тем самым получаются субэкспоненциальные оценки на индекс нильпотентности нильалгебр для произвольной характеристики.

Изначальная оценка Ширшова носила рекурсивный характер, в 1982 году была получена двойная экспонента, в 1992 году – экспоненциальная оценка (что означало положительный ответ на вопрос, поставленный Е. И. Зельмановым в Днестровской тетради).

Доказательство использует идею В. Н. Латышева, связанную с применением теоремы Дилуорса к исследованию не n -разбиваемых слов.

Литература

1. Жевлаков К.А., Слинко А.М., Шестаков И.П. и Ширшов А.И. Кольца, близкие к ассоциативным, первое издание. Современная алгебра, Москва (1978)
2. Belov A.Ya., Borisenko V.V., and Latyshev V.N. Monomial algebras. Algebra 4, J. Math. Sci. (New York) 87 (1997), no. 3, 3463–3575.
3. Belov, A.Ya. Some estimations for nilpotency of nil-algebras over a field of an arbitrary characteristic and height theorem // Commun. Algebra 20 (1992), no. 10, 2919–2922.