

Секция «Математика и механика»

**Неустойчивость по Лагранжу систем дифференциальных уравнений
относительно всех переменных и относительно части переменных.**

Лапин Кирилл Сергеевич

Студент

*Мордовский государственный университет имени Н.П. Огарева, математический
факультет, Саранск, Россия*

E-mail: klapin@mail.ru

В классической работе Т. Йосидзавы [6] большинство понятий теории устойчивости по Ляпунову было перенесено в теорию устойчивости по Лагранжу [2]. Более того, в работе [6] при помощи метода функций Ляпунова, т.е. прямого метода Ляпунова, в теории устойчивости по Лагранжу были получены аналоги всех основных теорем о различных видах устойчивости по Ляпунову. Однако, начиная с момента появления работы [6] и по настоящее время, многие важные вопросы о неустойчивости по Лагранжу остались без должного внимания. Аналогичным образом обстоят дела и в теории устойчивости по Лагранжу относительно части переменных. Действительно, в работе В.В. Румянцева и А.С. Озиранера [3] была развита теория устойчивости по Лагранжу относительно части переменных, в которой при помощи прямого метода Ляпунова были получены аналоги всех основных теорем о различных видах устойчивости по Ляпунову относительно части переменных. Однако, подобно работе [6], многие важные и интересные вопросы о неустойчивости по Лагранжу относительно части переменных были в работе [3] незаслуженно обойдены вниманием. Наличие неустойчивости по Лагранжу, как в случае всех переменных, так и в случае части переменных, может являться весьма желательным для практических нужд и представлять большой интерес при исследовании поведения решений конкретных систем. Поэтому стратегически очень важно иметь в распоряжении эффективные методы обнаружения неустойчивости по Лагранжу относительно всех переменных и относительно части переменных.

Предлагаемая работа посвящена восполнению указанных выше пробелов в теории устойчивости по Лагранжу, а именно, в этой работе на основе прямого метода Ляпунова разработаны методы исследования неустойчивости по Лагранжу относительно всех переменных и относительно части переменных.

Первым основным результатом данной работы является теорема о неустойчивости по Лагранжу относительно части переменных, представляющая собой аналог теоремы Четаева о неустойчивости по Ляпунову относительно части переменных [3]. В случае, когда часть переменных совпадает с множеством всех переменных, утверждение полученной теоремы становится теоремой о неустойчивости по Лагранжу относительно всех переменных и является аналогом классической теоремы Четаева о неустойчивости по Ляпунову [5]. Далее из полученной теоремы выведены следствия о неустойчивости по Лагранжу относительно части переменных, которые соответственно являются аналогами первой и второй теорем Ляпунова о неустойчивости относительно части переменных [3]. В случае, когда часть переменных совпадает с множеством всех переменных, утверждения указанных выше следствий становятся утверждениями о неустойчивости по Лагранжу относительно всех переменных и являются, соответственно, аналогами клас-

сических первой и второй теорем Ляпунова о неустойчивости решений систем дифференциальных уравнений [1].

Вторым основным результатом данной работы является теорема о неустойчивости по Лагранжу относительно части переменных, в которой используются две функции Ляпунова, причем одна функция зависит от времени и от всех переменных, а вторая функция зависит от времени и от той части переменных, относительно которой проводится исследование неустойчивости по Лагранжу. В случае, когда часть переменных совпадает с множеством всех переменных, утверждение полученной теоремы становится теоремой о неустойчивости по Лагранжу относительно всех переменных и является аналогом теоремы о неустойчивости по Ляпунову, использующей технику секторов и экспеллеров [4]. Далее из полученной теоремы выведены следствия о неустойчивости по Лагранжу относительно части переменных, которые аналогичны указанным выше следствиям из первой основной теоремы и используют две функции Ляпунова.

Приведены примеры на применение полученных в работе результатов к исследованию неустойчивости конкретных систем по Лагранжу относительно всех переменных и относительно части переменных.

Литература

1. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. - М., Л., 1950.
2. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М., 1947.
3. Румянцев В.В., Озиранер А.С. Устойчивость и стабилизация движения относительно части переменных. М., 1987.
4. Руш Н., Абетс П., Лалуа М. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости. М., 1980.
5. Четаев Н.Г., Одна теорема о неустойчивости // ДАН СССР, 1934, т. 1, No 9, с. 529-531.
6. Yoshizawa T. Liapunovs function and boundedness of solutions // Funkcialaj Ekvacioj, 1959, v. 2, p. 95-142.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность профессору Щенникову В.Н. за внимание к работе.