Секция «Математика и механика»

Исследование устойчивости одного класса линейных систем с импульсным воздействием.

Кащенко Александра Андреевна
Студент
Ярославский государственный университет имени П.Г.Демидова, математический факультет, Ярославль, Россия
E-mail: sa-ahr@yandex.ru

Для описания взаимодействия цепочки или кольца импульсных нейронов используется обычно [1] система связанных осцилляторов вида

$$\dot{u_j} = \lambda[-1 + f_K(u_j(t-1)) - f_{Na}(u_j)]u_j + d(u_{j-1} - 2u_j + u_{j+1}). \tag{1}$$

В зависимости от того, какая ассоциация нейронов рассматривается, выбирается условие на границе: в случае цепочки

$$u_0 = u_1, \quad u_N = u_{N+1} \tag{2}$$

и в случае кольца

$$u_0 = u_N, \quad u_1 = u_{N+1}. \tag{3}$$

В [2] доказано, что локальная (в окрестности синхронного режима) динамика системы (1), (2) или (1), (3) описывается следующим дифференциальным уравнением

$$\dot{y_j} = d(y_{j-1} - 2y_j + y_{j+1}), \quad j = 1, \ldots, N-1 \tag{4}$$

с импульсным воздействием ($k = 0, 1, \ldots$)

$$\begin{array}{l} y_j(kT_0+0) = \frac{\alpha-1}{\alpha-\beta-1} y_j(kT_0-0), \\ y_j(kT_0+1+0) = y_j(kT_0+1-0) - \frac{\alpha}{\alpha-1} y_j(kT_0+0), \\ y_j(kT_0+\alpha+0) = (1+\beta) y_j(kT_0+\alpha-0), \\ y_j(kT_0+\alpha+1+0) = y_j(kT_0+\alpha+1-0) - \alpha y_j(kT_0+\alpha-0), \end{array} \tag{5}$$

с периодом $T_0 = \alpha + 1 + \frac{\beta+1}{\alpha-\beta-1}$.

Цепочке осцилляторов соответствуют граничные условия $y_0 = y_N = 0$, а в случае кольца имеем $y_0 = y_N = -\sum_{i=1}^{N-1} y_i$.

На параметры накладываются следующие биологически осмысленные ограничения: $d > 0, \quad \beta > 0, \quad \beta + 1 < \alpha < 2(\beta + 1)$.

В работе изучается динамика систем (4), (5) с обоими видами граничных условий. Сделан переход от покомпонентной записи систем к матричной форме записи. Для получившихся систем оценены собственные значения соответствующих матриц, построен оператор последования за период и вычислен спектр устойчивости полученного оператора. Удалось показать, что при любых биологически осмысленных параметрах задачи, её нулевое решение асимптотически устойчиво. Для исходных задач (1), (2) и (1), (3) это означает, что локально устойчиво однородное решение.

Литература

1. Кащенко С.А., Майоров В.В. Модели волновой памяти. М., 2008.

2. Глызин С.Д. Релаксационные колебания электрически связанных нейроподобных осцилляторов с запаздыванием // Моделирование и Анализ Информационных Систем, Т. 17. 2010. No. 2. С. 28–47.