Секция «Математика и механика»

Центральная предельная теорема для интегралов по стационарным случайным мерам

Демичев Вадим Петрович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: vadim.demichev@gmail.com

Пусть $M = M(\omega, B)$ – квадратично интегрируемая стационарная случайная мера на измеримом пространстве $(R^d, \mathcal{B}(R^d))$, $d \in N$. Рассмотрим борелевскую функцию $f \in L_\infty(R^d) \cap L_1(R^d)$. Для каждого $T > 0$ введем

$$M_T[f] = T^{-d/2}\left(\int_{R^d} f(x/T)M(dx) - \mathsf{E}\int_{R^d} f(x/T)M(dx)\right).$$

Для произвольных $k \in Z^d$ и $q \in N$ обозначим $B_q(k) = \left[\frac{k}{q}, \frac{k+e}{q}\right)$, где $e = (\underbrace{1, \ldots, 1}_{d})$.

Рассмотрим следующие два условия:

(1) случайная мера M является ассоциированной;

(2) $\sigma^2 = \sum_{k\in Z^d} cov(M(B_1(0)), M(B_1(k))) < \infty$.

В [2] показано, что выполнение этих условий влечет асимптотическую нормальность $M_T[f]$, когда $T \to \infty$. В данной работе мы доказываем аналогичное утверждение при более слабых ограничениях.

Теорема. Предположим, что

(1$'$) случайное поле $\{M(B_1(k))\}_{k\in Z^d}$ является (BL, θ) зависимым;

(2$'$) найдется константа $R = R_M \in R_+$, такая что для всех $q \in N$ верна оценка $\sum_{k\in Z^d} |cov(M(B_q(0)), M(B_q(k)))| \leqslant Rq^{-d}$.

Тогда имеет место сходимость по распределению

$$M_T[f] \xrightarrow[T\to\infty]{\mathcal{D}} \mathcal{N}(0, \|f\|^2_{L_2}\sigma^2).$$

Мы также рассматриваем случай, когда мера M порождается определенным классом квази-ассоциированных случайных полей. Для этой модели мы проверяем условия (1$'$) и (2$'$) с помощью понятия (BL, θ)-зависимости случайного поля на R^d (см. [1]).

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ 10-01-00397-а.

Литература

1. Bulinski A.V. Central Limit Theorem for Random Fields and Applications // C.H. Skiadas (ed.), Advances in Data Analysis, Statistics for Industry and Technology. Birkhäuser Boston, 2010. 141-150.

2. Evans S.N. Association and Random Measures // Probab. Theory Rel. Fileds. 1990. 86, 1, 1-19.