

Секция «Математика и механика»

Об одном классе функционалов, обладающих экспоненциальным ростом с полиномиальным показателем, интегрируемых по мере Фейнмана

Кравцева Анна Константиновна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: anna-conf@yandex.ru

В работе доказываются существование интегралов вида

$$\int_H f(Cx) e^{-(p(Cx))^{2l}} e^{-\frac{1}{2}(T^{-1}Ax, Ax)} dx.$$

Здесь H - гильбертово пространство, T - симметричный положительно-определённый ядерный оператор. Пусть $p(x) = Q_{2l}(x, \dots, x)^{\frac{1}{2l}}$, где $Q_{2l} : H \times \dots \times H \rightarrow \mathbb{R}$ - линейное, непрерывное по каждому аргументу, симметричное и положительно-определённое, при этом $p(x+y) \leq p(x) + p(y) \forall x, y \in H$. Функционал $f \in F(H)$, где $F(H) = \{f : H \rightarrow \mathbb{C}, \text{ т.ч. существует продолжение } \tilde{f} : H^{\mathbb{C}} \rightarrow \mathbb{C}, \text{ являющееся аналитической функцией относительно сильной топологии пространства } H^{\mathbb{C}}, \text{ и } \exists C_{1,2} > 0 \text{ и } \varepsilon > 0 : |f(x)| \leq C_1 e^{C_2(p(x))^{2l-\varepsilon}} \forall x \in H\}$, A и C - линейные, ограниченные, обратимые операторы на $H^{\mathbb{C}}$. Пусть $Re(T^{-1}AC^{-1}Sx, x) \geq 0$ и $Re(AC^{-1}x, x) \geq 0 \forall x \in H$, где оператор S зависит от степени полинома $2l$. Тогда существует фейнмановский интеграл: $\int_H \tilde{f}(Cx) e^{-(p(Cx))^{2l}} e^{-\frac{1}{2}(T^{-1}Ax, Ax)} dx$, и он равен гауссовскому интегралу $\int_H \tilde{f}(CUx +$

$\omega \frac{\|x\|^2}{(p(CBSx))^2} CBSx) J_1(x) J_2(x) e^{-(p(CUx + \omega \frac{\|x\|^2}{(p(CBSx))^2} CBSx))^{2l}} e^{-\frac{1}{2}\omega^2 \frac{\|x\|^4}{(p(CBSx))^4} (T^{-1}ABSx, ABSx)}$
 $e^{-\omega \frac{\|x\|^2}{(p(CBSx))^2} (T^{-1}ABSx, AUx)} e^{-\frac{1}{2}(T^{-1}AUx, AUx)} dx$ для некоторых операторов U, B и константы ω . Подынтегральная функция содержит аналитическое продолжение вещественного скалярного произведения. Здесь $J_1(x) = \det(I + \frac{\omega\|x\|^2}{(p(Sx))^2} U^{-1}BS)$, $J_2(x) = 1 + 2\omega \frac{(x, A_0(x))}{(p(CBSx))^2} - 2 \frac{\omega\|x\|^2}{(p(CBSx))^{2l+2}} q_{2l}(CBSA_0(x), CBSx, \dots, CBSx)$, $A_0(x) = \left(I + \frac{\omega\|x\|^2}{(p(CBSx))^2} U^{-1}BS\right)^{-1} U^{-1}BSx$. В работе расширен класс операторов, от которых зависит исходная подынтегральная функция, по сравнению с предшествующим результатом автора [2]. Статья [1] содержит теорему для случая, когда вместо операторов рассматриваются комплексные числа.

Литература

1. Смолянов О.Г., Шавгулидзе Е.Т. Формулы Фейнмана для решений бесконечномерных уравнений Шрёдингера с полиномиальными потенциалами. Доклады Академии наук, №3, том 390, 2003, с. 321-324.
2. <http://lomonosov-msu.ru>, 2010.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность профессору, д.ф.-м.н. Шавгулидзе Е.Т. за обсуждение работы и полезные рекомендации.