Секция «Математика и механика»

Формирование максиминной стратегии тестирования путём редукции к геометрической игре.

Буднинский Максим Андреевич
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: msu.w1zard@gmail.com

Важным этапом разработки алгоритмов управления динамическими объектами является тестирование качества их работы. Актуально проведение тестирования и для систем, когда алгоритм заранее неизвестен, так как зависит от качеств конкретного человека, управляющего системой.

Рассматривается задача тестирования качества робастной стабилизации для динамической системы, заданной уравнением вида:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u(t) + C \cdot \nu_i(t) \qquad A, B, C - \text{постоянные}$$

Возмущения:

$$x(0) \in X = \left\{ x_j^0 \in \mathbf{R}^n \right\};$$

$$\nu_i \in V = \{\nu(t) = const\}$$

$$w \in W = \left\{ (x_j^0, \nu_i) \in X \times V | j = 1, ...L; i = 1, ...M \right\}$$

Управления:

$$u \in U = \left\{ u \in KC : \left(\int_0^{t_0} u^T \cdot u \cdot dt \right)^{\frac{1}{2}} \leq 1 \right\}$$

Функционал качества:

$$J(w, u) = x(t_1)^T \cdot S \cdot x(t_1)$$

Для оценки качества управления воспользуемся методом максиминного тестирования [1], позволяющим получить объективные показатели точности выполнения поставленных задач при экстремальных условиях. В методике максиминного тестирования можно выделить 3 этапа:

1 этап - предварительный. Осуществляется поиск нижней (наилучшей) оценки показателя качества управления и оптимальной стратегии возмущений.

2 этап - основной. Путем математического моделирования, либо посредством тренировок на стенде происходит тестирование с использованием найденной ранее оптимальной стратегии возмущений. Определяется реальная оценка качества управления.

3 этап - заключительный. Происходит сравнение наилучшей и реальной оценок, вырабатываются рекомендации по улучшению алгоритма управления.

Задача 1 этапа рассматривается как антагонистическая дифференциальная игра Γ=(W, U, J) возмущений $w \in W$ и управлений $u \in U$. Функция выигрыша первого игрока (возмущений) - J.

Производится редукция Γ к геометрической антагонистической игре $\Gamma_1 = (G_w, G_u, \rho)$, где G_w, G_u - множества достижимости по возмущениям и управлениям, функция выигрыша возмущений ρ - расстояние в $\mathbf{R}^n$, определяемое метрикой S.

В случае наличия седловой точки Γ_1, существует решение игры в чистых стратегиях[4]. Наилучший показатель качества и оптимальная стратегия возмущений, найденные из решения максиминной задачи, используются на 2 этапе.

При отсутствии седловой точки, производится переход к смешанному расширению. Игра Γ_1, согласно [3], имеет решение в смешанных стратегиях, значение игры равно минимаксу, игрок 1 имеет оптимальную смешанную стратегию μ со спектром, состоящим не более, чем из (n+1) точки множества G_w (n - размерность игры), игрок 2 имеет единственную оптимальную стратегию, которая является чистой.

С помощью теоремы В.Г. Болтянского [2] производится поиск минимакса и синтез смешанной стратегии возмущений для случаев, когда n=2, спектр μ состоит из 2 или из 3 точек. Полученные данные используются на 2 этапе тестирования.

Литература

1. Александров В.В. Тестирование качества стабилизации нестационарных движений //Вестник МГУ. Сер. Мат. Мех. 1997. No 3. С.51-54

2. Болтянский В.Г. Метод шатров в теории экстремальных задач. Успехи математических наук, т. XXX, в.3, 1975

3. Петросян Л.А. Теория игр. М., 1998.

4. Садовничий В.А, Александров В.В., Лебедев А.В., Лемак С.С. Алгоритмы максиминного тестирования и программное обеспечение тестирующих стендов // Современные проблемы математики и механики, Т.I, В.1. М., Изд-во МГУ, 2009.