

Репрезентации значений математических понятий в зависимости от уровня математической подготовки

Анна Шварц Юрьевна

Аспирант

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет психологии, Москва, Россия
E-mail: tiger-small@yandex.ru*

<?xml:namespace prefix = o ns = "urn:schemas-microsoft-com:office:office" />

Классическая для отечественной психологии структура сознания была предложена А.Н.Леонтьевым [3] и состоит из трех образующих: чувственной ткани, значения, личностного смысла. Данная работа посвящена в первую очередь изучению значений математических терминов как содержаний индивидуального сознания. То есть математическим понятиям как формам индивидуального знания, а не понятиям как формам сохранения общественного научного знания. Математические понятия традиционно считаются наиболее абстрактными и строгими понятиями из всех возможных. В этом специфика математического знания, его отличие от знания гуманитарного и естествонаучного. Однако история изучения математического мышления как математиками и философами, так и психологами и педагогами (см., например, [4], [1], [6], [5]) говорит о том, что математические понятия не отходят полностью от чувственного опыта и не движутся в чисто языковом пространстве. То есть даже абстрактные понятия должны быть тесно связаны с чувственной тканью в сознании конкретного индивида. Поиску чувственных оснований для школьных математических понятий и посвящена данная работа.

В данной работе рассматривается структура сознания студентов в области математических понятий в зависимости от уровня усвоения этих понятий. Таким образом, мы не только фиксируем содержание математических понятий как психологических образований, но и анализируем способ их освоения.

В исследовании приняло участие 60 человек: 19 слабых студентов и 21 сильный студент по математике из числа студентов психологического факультета МГУ, а так же 20 студентов математических факультетов Москвы. Студентам было предложено оценить, каким образом они понимают каждое из 12 предложенных школьных математических понятий. Для оценки им предлагалось 14 способов понимания понятий из которых студенты выбирали те, которые соответствуют их пониманию данного понятия, а затем ранжировали от основного для них способа к все менее важным.

В ходе обработки было выделено 6 индексов, отражающих различные пути понимания понятий: Визуальный, Символический, Динамический, Вербальный, Алгебраический, Через решение задачи, Через пример. Результаты по каждому индексу в группах сравнивались с использованием теста Манна-Уитни в программе SPSS 16.0. Динамика изменения роли каждого из индексов от слабой группы к более сильным представлена на графиках. Все различия, о которых пойдет речь в обсуждении, статистически значимы на уровне 0,01 и 0,05.

Основным результатом явилось то, что в сильной группе, наряду с вербальной презентацией, присутствовало значительное количество алгебраических и визуальных.

В средней группе всех типов репрезентации было примерно одинаковое количество, однако важно, что именно в этой группе присутствовали репрезентации динамического индекса и индекса "через задачу". Оба эти индекса отражали представление понятия непосредственно как момента деятельности: результата вычисления, движения на графике и т.п. В слабой группе оказалось значительно больше, чем в других группах репрезентаций "через пример" то есть когда понятие репрезентируется одним или несколькими конкретными объектами, попадающими под это понятие.

По А.Н.Лентьеву [3], значения – это свернутая предметная деятельность. Тогда чувственная ткань математических понятий задается предметами соответствующей деятельности: если понятие функции – это свернутый процесс рисования графиков, то образ графика, который может быть нарисован – чувственная ткань для этого понятия. По нашим данным исследования, лишь на самом высоком уровне усвоения материала понятия полностью отрываются от конкретной деятельности с ними, сохраняясь лишь как образы, следы деятельности. При этом образы деятельности в рамках данного понятия могут сохраняться как в алгебраической, так и в графической форме. В этом плане мы не видим оснований различать график или алгебраическую формулу по степени ее чувственности: и то и другое – модель, которая может быть адекватно прочитана и использована лишь при вовлечении в соответствующую деятельность. На высшем уровне усвоения понятий появляется еще одна форма, в которой хранятся значения понятий – вербальная. У понятия могут в явном виде выделяться присущий им набор свойств, понятия включаются в систему других понятий, могут относиться к какому-либо более широкому классу. Как мы видим, наличие вербальной репрезентации – характеристика наиболее высокого уровня овладения понятием, но при этом эта репрезентация не единственна: алгебраические и графические формы так же существуют и используются зачастую в сильной группе даже чаще чем в других группах. То есть в качестве чувственной ткани могут выступать как пространственные, так и знаковые объекты, которые также становятся не только семантически, но и чувственно нагружены в процессе деятельности с ними. А вот конкретные представители абстрактных понятий (индекс "через пример") выявляются в системе репрезентаций в первую очередь на самом низком уровне усвоения понятий.

Данные нашего исследования могут быть проинтерпретированы следующим образом. Плохо усвоенные понятия оказываются эмпирическими (набор объектов), и лишь в ходе освоения специфических научных действий раскрывается как теоретические, что согласуется с положениями, выдвигаемыми В.В.Давыдовым [2].

Литература

1. Беляев Е.А., Перминов В.Я. Философские и методологические проблемы математики. М., 1981
2. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении: Логико-психологические проблемы построения учебных предметов М.: Педагогическое общество России, 2000.
3. Леонтьев А.Н. Деятельность, сознание, личность. М.: Политиздат, 1975.
4. Пуанкаре А. Интуиция и логика в математике // О науке, 1983. С. 309-320

5. Miller S.P., Hudson P.J., Helping Students With Disabilities Understand What Mathematics Means, Teaching Exceptional Children, vol. 39, No1, 2006, pp 28-35
6. Stylianou D.A., Silver E.A., The Role of Visual Representations in Advanced Mathematical Problem Solving: An Examination of Expert-Novice Similarities and Differences. Mathematical thinking and learning, 2004, 6(4). 353-387

Иллюстрации

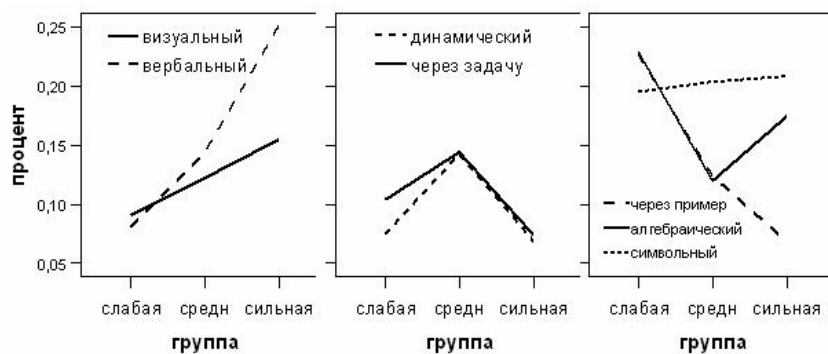


Рис. 1: Изменения роли различных репрезентаций в зависимости от уровня группы студентов