

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Графический алгоритм решения задачи о ранце. Параллельная реализация.

Баранов Антон Владимирович

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Физический факультет, Дмитров, Россия

E-mail: av.baranov@physics.msu.ru

Рассматривается NP -трудная задача о ранце:

$$\begin{cases} f(x) = \sum_{i=1}^n p_i x_i \longrightarrow \max \\ \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq C, \\ i = 1, \dots, n, \end{cases}$$

где p_i – "ценность" i -го предмета, w_i – "вес" i -го предмета, C – "объем" ранца, x_i – количество предметов i , помещаемых в ранец: x_i может принимать значения $\{0, 1\}$ – задача об одномерном ранце (*0-1 knapsack*), либо $\{0, \dots, k\}$ – задача о k -мерном ранце (*k-dimension knapsack*).

В случае целочисленных значений параметров w_i для задачи существует алгоритм динамического программирования (АДП) [1], основанный на принципе оптимальности Беллмана, обладающий псевдо-полиномиальной трудоемкостью $O(n \cdot A)$.

Идея графического алгоритма (ГрА) [2] состоит в том, что при добавлении очередного предмета происходит сдвиг текущих точек частичного оптимального решения на w_i вправо и на p_i вверх, после чего отсекаются не оптимальные точки. В результате алгоритм проходит не всю область C , как АДП, а только точки частичного оптимального решения на каждом шаге. За счет этого достигается улучшение быстродействия.

Однако, следует отметить, что алгоритм не снимает проблему NP -трудности задачи. Существуют примеры, в которых количество точек излома будет расти экспоненциально.

ГрА "чувствителен" к порядку подачи входных данных, упорядочение предметов по убыванию p_i/w_i позволяет ускорить работу алгоритма. На различных примерах, с количеством предметов n от 1000 до 10000, прирост составлял до 20%.

Также, преимуществом ГрА над АДП является возможность решения задачи о ранце с нецелочисленными параметрами w_i .

Выполнена параллельная реализация алгоритма с использованием библиотеки MPI. Планируется реализовать версию с использованием гибридной модели MPI + OpenMP.

Литература

1. Bellman R., Dynamic Programming, Princeton: Princeton Univ. Press, 1957.
2. Lazarev A.A., Werner F., A Graphical Realization of the Dynamic Programming Method for Solving NP-Hard Combinatorial Problems // Computers and Mathematics with Applications, 2009, Vol. 58, No. 4, 619 – 631.

Конференция «Ломоносов 2011»

Слова благодарности

Автор выражает признательность профессору, д.ф-м.н. Лазареву А.А. за помощь в подготовке тезисов.