

**Секция «Вычислительная математика и кибернетика»**

**Поиск оптимального решения в модели экономического роста специального вида**

**Орлов Сергей Михайлович**

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет  
вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: sergy.orlov@rambler.ru

В докладе рассматривается нелинейная задача оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{z} = (1+z)u - z(1+\sqrt{z}), & z(0) = z_0 > 0, \\ L[u] = \int_0^T \left[ \omega_1(1+\sqrt{z}-u) + \omega_2 \frac{u}{z} \right] dt \rightarrow \max_{u(\cdot)}, & 0 \leq u \leq 1. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $z$  — одномерная фазовая переменная,  $u$  — скалярное управление, подчинённое геометрическому ограничению  $u \in [0, 1]$ ,  $T > 0$  — заданная, «достаточно большая», длительность процесса управления, параметры  $\omega_1, \omega_2$  — заданные неотрицательные числа, такие что  $\omega_1 + \omega_2 = 1$ . Задача (1) является модификацией задачи оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 \left[ \phi_1 + \phi_2 \left( \frac{x_2}{x_1} \right)^\gamma - g_1 u \right], & x_1(0) = x_{10} > 0, \\ \dot{x}_2 = x_1 g_2 u, & x_2(0) = x_{20} > 0, \\ J[u] = \int_0^T e^{-\nu t} (\omega_1 \ln x_1 + \omega_2 \ln x_2 + \omega_3 \ln u) dt \rightarrow \max_{u(\cdot)}, & u \in [u_{min}, u_{max}], \end{cases} \quad (2)$$

известной под названием модели «РОСТ», см.[1]–[4]. Задача (1) является специальным случаем задачи (2) при  $\omega_3 = 0$ ,  $\gamma = 1/2$ ,  $z = x_2/x_1$  и определённом выборе остальных констант. Решение задачи (1) было найдено с помощью специального представления функционала с использованием принципа максимума Понтрягина. Оптимальное управление включает особый режим. Также в докладе рассматривается задача (1) в случае, когда  $T = +\infty$  и в функционал  $L[u]$  добавлен дисконтирующий множитель  $e^{-\nu t}$ .

### Литература

1. Аввакумов С.Н., Киселёв Ю.Н. Численный метод поиска оптимального решения: Модель "Рост" // Математические модели в экономике и биологии. Материалы научного семинара. Планерное. Московская обл. МАКС Пресс, 2003. С. 5-15.
2. Ватанабе Ч., Решмин С.А., Тарасьев А.М. Динамическая модель инвестиций в научно-технические разработки // Прикладная математика и механика. Том 65. Вып. 3, 2001. С. 408-425.
3. Шестакова М.А. Множества достижимости и их приложения к исследованию задачи экономического роста. // Математические модели в экономике и биологии. Материалы научного семинара. Планерное. Московская обл. МАКС Пресс, 2003. С. 95-98.
4. Optimization of Technological Growth. Editors: Kryazhimskiy A., Watanabe Ch. // Gendaitosho, 2004. 392 pp.