

## Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

### Применение изогометрического метода для численного решения эллиптических уравнений

*Алексеев Дмитрий Владимирович*

*Студент*

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет  
вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия*

*E-mail: dimaleks@mail.ru*

Изогеометрический метод – это относительно новая перспективная технология дискретизации и решения дифференциальных уравнений в частных производных, предложенная в 2005 году.

Он имеет много общего с методом конечных элементов, а также ряд черт, присущих бессеточным методам. Однако, в большей степени метод основан на геометрическом подходе, а своим появлением он обязан автоматизированному проектированию. Первостепенная задача создания метода заключается в том, чтобы иметь абсолютную точность в описании геометрии, вне зависимости от того, насколько грубая сетка используется. Другая цель – упростить процесс измельчения сетки, избавившись от необходимости в использовании систем автоматизированного проектирования (САП) для построения все более точных сеток. И, наконец – собрать воедино процесс проектирования и генерации сеток.

Благодаря использованию сплайнов NURBS вместо традиционного конечно-элементного базиса, изогометрический метод работает с тем же представлением геометрии вычислительного домена, что и системы САП. Такое единообразие подразумевает использование одинаковых данных как при создании геометрии, так и при её использовании в расчетах. Стадия создания хорошей сетки для представление доменов сложной формы просто пропадает, так как сетка даже с небольшим числом ячеек точно описывает созданные в САП модели.

В то же время сложность реализации метода несколько не возрастает по сравнению с традиционными методами. Также остается без изменений и скорость и порядок сходимости изогометрического метода.

В докладе будет дано более детальное описание сплайнов NURBS, показаны некоторые созданные с их помощью поверхности, приведена схема изогометрического метода, проведены численные расчеты, подтверждающие сходимость. Отдельный акцент будет сделан на уравнения, задаваемые на сложных поверхностях в пространстве, которые возникают например, при моделировании диффузии в клетках (см. пример на рис 1).

Проект был выполнен в сотрудничестве с политехническим институтом города Лозанны, Швейцария (École polytechnique fédérale de Lausanne)

### Литература

1. T.J.R. Hughes, J.A. Cottrell, Y. Bazilevs, Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 194 (2005) 4135–4195

2. C. de Falco, A. Reali, R. Vázquez, GeoPDEs: a research tool for IsoGeometric Analysis of PDEs
3. L. Piegl, W. Tiller, The Nurbs Book, Springer-Verlag, New York, 1997.

### Слова благодарности

Выражаю благодарность моему научному руководителю в МГУ Игорю Николаевичу Иновенкову, а также руководителю проекта в EPFL старшему ассистенту Luca Dede'

### Иллюстрации

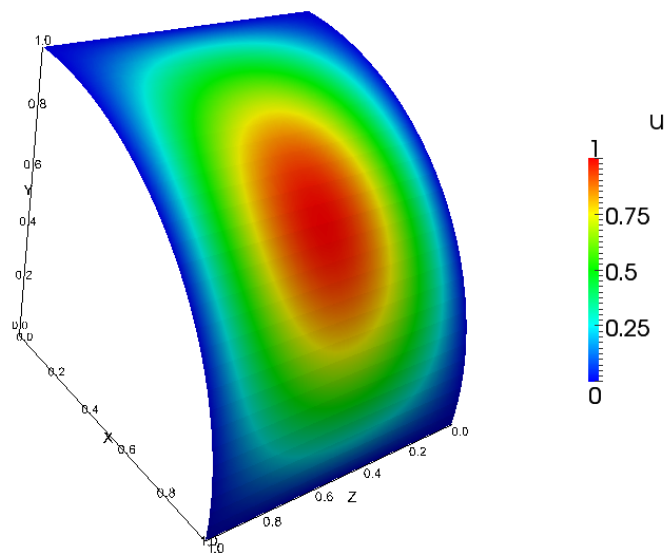


Рис. 1: Решение уравнения Пуассона на четверти цилиндра