

Секция «Математика и механика»

**Формулы Фейнмана для семейства параболических уравнений,
соответствующих тау-квантованию квадратичной функции Гамильтона**

Дурягин Андрей Владимирович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: avduryagin@mail.ru

В настоящей работе рассмотрено семейство параболических уравнений второго порядка, порожденных различными видами квантования квадратичной функции Гамильтона некоторой классической системы. Решение задачи Коши–Дирихле для рассмотренного семейства уравнений на отрезке представлено в виде гамильтоновой формулы Фейнмана, то есть в виде предела конечнократных интегралов от элементарных функций при стремлении кратности к бесконечности. Тем самым, в работе получена новая формула, пригодная для непосредственных вычислений решения поставленной задачи и компьютерного моделирования соответствующей динамики. В работе также обсуждается связь между дифференциальными операторами, соответствующими различным типам квантования квадратичной функции Гамильтона, и связь полученной гамильтоновой формулы Фейнмана с интегралами Фейнмана по траекториям в фазовом пространстве.

Литература

1. Bottcher B., Butko Ya., Smolyanov O. Feynman formulae and path integrals for some evolution semigroups elated to tau-quantization, Rus.J. Math. Phys. 2011 to appear
2. Бутко Я.А. Формулы Фейнмана и функциональные интегралы для диффузии со сносом в области многообразия, Мат. Заметки.2008 Т.83. 3.С.333-349.
3. Butko Ya. A., Function integrals corresponding to a solution of the Cauchy-Dirichlet problem for the heat equation in a domain of a Riemannian manifold, J. of Math. Sci. 2008. V.151. N. 1.P. 2629-2638.
4. Бутко Я.А., Гротхаус М., Смолянов О.Г. Формула Фейнмана для класса параболических уравнения второго порядка в ограниченной области, Доклады РАН. 2008.Т.78. 1. С.590-595.
5. Butko Ya., Grothaus M., Smolyanov O.G. Lagrangian Feynman Formulae for Second Order Parabolic Equations in Bounded and Unbounded Domains, IDAQP 2010. V.13. N. 3. P. 377-392.
6. Бутко Я.А.,Смолянов О.Г., Шиллинг Р.Л. Формулы Фейнмана для феллеровских полугрупп, Доклады РАН. 2010.Т.434. 1.С.7-11.
7. Butko Ya. A., Schilling R.L., Smolyanov O.G. Hamiltonian Feynman-Kac and Feynman formulae for dynamics of particles with position-dependent mass,Int. J. Theor. Phys. 2011, 2009-2018. 50.

8. Butko Ya. A., Schilling R.L., Smolyanov O.G., Lagrangian and Hamiltonian Feynman formulae for some Feller semigroups and their perturbations, IDAQP. 2011 to appear.
9. Chernoff P. Product formulas, nonlinear semigroups and addition of unbounded operators, Mem. Am. Math. Soc. 1974.140.
10. Feynman R. P. Space-time approach to nonrelativistic quantum mechanics, Rev. Mod. Phys. 1948. 20. P. 367—387.
11. Feynman R.P. An Operation Calculus Having Application in Quantum Electrodynamics, Phys. Rev. 1951.84.P.108-128.
12. Gadella M., Smolyanov O.G. Feynman Formulas for Particles with Position-Dependent Mass, Doklady Math. 2007. 77. N.1.P.120-123.
13. Jacob N. Pseudo-differential operators and Markov processes, Imperial College Press. 2001.Vol. 1-3.
14. Obrezkov O., Smolyanov O.G., Truman A., The Generalized Chernoff Theorem and Randomized Feynman Formula, Doklady Math. 2005. 71.N. 1. P.105-110.
15. Sakbaev V. G., Smolyanov O. G. Dynamics of a Quantum Particle with Discontinuous Position-Dependent Mass, Dokl. Math. 2010. 82. N. 1. P.630-634.
16. Smolyanov O.G., Feynman type formulae for quantum evolution and diffusion on manifolds and graphs ,Quant. Bio-Informatics, World Sc. 2010. 3. P.337-347.
17. Smolyanov O.G., Shamarov N.N. Feynman and Feynman-Kac formulae for evolution equations with Vladimirov operator Doklady Math. 2008. 77. P.345-349.
18. Smolyanov O.G., Shamarov N. N. Hamiltonian Feynman Integrals for Equations with the Vladimirov Operator Dokl. Math. 2010. 81. N. 2. P.209-214.
19. Смолянов О.Г., Шавгулидзе Е.Т. Континуальные интегралы. Изд-во МГУ. Москва. 1990.
20. Смолянов О.Г., Шавгулидзе Е.Т. Носитель симплектической меры Фейнмана и принцип неопределенности Доклады А.Н. 1992. Т.323. 6. С.1038-1042.
21. Smolyanov O.G., Tokarev A.G., Truman A. Hamiltonian Feynman path integrals via the Chernoff formula J. Math. Phys. 2002. 43. N. 10. P. 5161-5171.
22. Smolyanov O.G., Weizsacker H.v. and Wittich O., Diffusion on compact Riemannian manifolds, and surface measures Doklady Math.2000.61. P.230-234.
23. Smolyanov O.G., Weizsacker H. v., Wittich O. Brownian Motion on a Manifold as Limit of Stepwise Conditioned Standard Brownian Motions Stochastic Proceses, Physics and Geometry: New Interplays. II: A Volume in Honor of Sergio Albeverio. Ser. Conference Proceedings. Canadian Math. Society. Providence: AMS. 2000. 29.P.589-602.

24. Smolyanov O.G., Weizsacker H.v., Wittich O. Chernoff's theorem and the construction of semigroups Evolution Equations: Applications to Physics, Industry, Life Sciences and Economics. Proc. 7th Intl. Conf. Evolution Eqs and Appl., Levico Terme, Italy, Oct./Nov. 2000. Birkhauser, Prog. Nonlinear Differ. Eq. Appl. 2003.55. P.349-358.
25. Smolyanov O.G., Weizsacker H.v., Wittich O. Surface Measures and Initial Boundary Value Problems Generated by Diffusions with Drift Doklady Math. 2007. 76. N. 1. P.606-610.
26. Smolyanov O.G., Weizsacker H. v., Wittich O. Chernoff's Theorem and Discrete Time Approximations of Brownian Motion on Manifolds 2007. Potent. Anal. 26. N. 1. P. 1-29.
27. Telyatnikov I.V., Smolyanov O.G., Weizsacker H.v. surface measures generated by diffusions on the set of trajectories in Riemannian manifolds IDAQP 2008. 11. N .1. P.21-31.
28. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Издательство Мир. Москва.1977. т.1
29. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Издательство Мир. Москва.1977. т.2

Слова благодарности

Выражаю благодарность научному руководителю, доктору физико-математических наук Смолянову Олегу Георгиевичу и кандидату физико-математических наук Бутко Яне Анатольевне.