

Секция «Математика и механика»

**Круговая дихотомия спектра несамосопряженного оператора, являющегося разностью антисимметричного и нормального, и приложение к дифференциальным операторам**

**Марюшенков Станислав Владимирович**

*Аспирант*

*Воронежский государственный университет, Факультет прикладной математики, информатики и механики, Воронеж, Россия*

*E-mail: stasint1@mail.ru*

Пусть  $H$  – комплексное гильбертово пространство,  $EndH$  – алгебра ограниченных линейных операторов, действующих в  $H$ ,  $L_2 = L_2(\mathbb{R}, H)$  – пространство Лебега суммируемых с квадратом функций,  $W_2^1(\mathbb{R}, H) = \{x \in L_2 \text{ абс. непр. } : \dot{x} \in L_2\}$  – пространство Соболева. Будем считать, что оператор  $A : D(A) \subset H \rightarrow H$  – антисимметричный, а оператор  $B \in EndX$  – нормальный обратимый оператор. В работе получены условия круговой дихотомии оператора  $L = A - B$  и пример приложения к дифференциальному оператору. Отметим, что данная работа является обобщением работы [1], в которой  $B$  – самосопряженный оператор.

**Теорема.** Пусть  $Q : \mathbb{R} \rightarrow EndH$ ,  $Q(t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$  – нормальные обратимые операторы и справедливо одно из условий  $\sup_{t \in \mathbb{R}} \left\| \frac{dQ}{dt}(t) \right\| < \chi_0(Q)\chi(Q)$  или  $\sup_{t \in \mathbb{R}} \left\| Q(t) \frac{dQ}{dt}(t) - \frac{dQ}{dt} Q(t) \right\| < \chi_0(Q)\chi(Q)^2$ , где  $\chi(Q) = \chi_+(Q) + \chi_-(Q)$ ,  $\chi_0(Q) = \min\{\chi_+(Q), \chi_-(Q)\}$ ,  $\chi_+(Q) = \inf_{t \in \mathbb{R}} \min_{\lambda \in \sigma(Q(t)) \cap \mathbb{C}_+} Re\lambda$ ,  $\chi_-(Q) = \inf_{t \in \mathbb{R}} \max_{\lambda \in \sigma(Q(t)) \cap \mathbb{C}_-} Re\lambda$ . Тогда дифференциальный оператор  $L = \frac{d}{dt} - Q(t) : D(A) = W_2^1(\mathbb{R}, H) \subset L_2 \rightarrow L_2$  обратим и норма обратного оператора имеет соответствующую (каждому случаю теоремы) оценку:

$$\|L^{-1}\| \leq \frac{\chi(Q)}{\chi_0(Q)\chi(Q) - \sup_{t \in \mathbb{R}} \left\| \frac{dQ}{dt}(t) \right\|};$$
$$\|L^{-1}\| \leq \frac{\chi(Q)^2}{\chi_0(Q)\chi(Q)^2 - \sup_{t \in \mathbb{R}} \left\| Q(t) \frac{dQ}{dt}(t) - \frac{dQ}{dt} Q(t) \right\|}.$$

**Литература**

1. Баскаков А. Г. Дихотомия спектра несамосопряженных операторов // Сиб. мат. журнал, 1991. Т. 32, No. 3. С. 24-30.