Секция «Математика и механика»

Продолжение голоморфных функций с комплексной плоскости с оценками роста

Фам Тиен Чонг
Аспирант
Южный федеральный университет, Факультет математики, механики и компьютерных наук, Ростов-на-Дону, Россия
E-mail: phamtien@mail.ru

Пусть φ– плюрисубгармоническая функция в $\mathbb{C}^p$ такая, что для некоторого $C_0 > 0$

$$|\varphi(z) - \varphi(\zeta)| \le C_0 \ \text{ для всех } z, \zeta \in \mathbb{C}^p \ \text{ с } |z - \zeta| \le 1. \qquad (*)$$

В этом случае естественно говорить, что φ является *устойчивой* относительно функции расстояния $\rho(t) \equiv 1$. Далее, пусть f — функция, голоморфная на подпространстве Σ размерности k в $\mathbb{C}^p$, для которой $A_f := \int_\Sigma |f(z)|^2 e^{-2\varphi(z)}\, d\lambda_z < \infty$.

Тогда, согласно известному результату Хермандера [1], f может быть продолжена до целой функции F в $\mathbb{C}^p$ (то есть, $F|_\Sigma = f$), удовлетворяющей условию

$$\int_{\mathbb{C}^p} \frac{|F(z)|^2}{(1+|z|^2)^{3(p-k)}} e^{-2\varphi(z)}\, d\lambda_z \le C A_f,$$

где C– абсолютная константа, зависящая от C_0, p и k, и не зависящая от φ, f и Σ.

Теорема Хермандера оказывается очень полезной, когда мы имеем некоторый результат в одномерном случае и нужно распространить его на многомерный случай. На этом пути она успешно применялась в теории целых функций, аппроксимации и т.д. С другой стороны, в некоторых задачах условие $(*)$ является слишком ограничительным. Для изучения проблемы аппроксимации плюрисубгармонических функций конечного порядка логарифмами модулей целых функций, Р. С. Юлмухаметов [2] получил аналог теоремы Хермандера для плюрисубгармонической функции φ, являющейся устойчивой относительно функции расстояния $\rho(t) := (1+t)^s$, $(s < 0)$.

В настоящей работе доказан общий вариант теоремы типа Хермандера, когда устойчивость плюрисубгармонической функции φ управляется функцией расстояния ρ, обладающей некоторыми естественными свойствами. С помощью полученного результата строятся играющие важную роль в ряде вопросов комплексного анализа и его приложений семейства целых функций с близкими друг к другу в некотором смысле оценками снизу и сверху.

В заключение отметим, что полученные результаты опубликованы в [3].

Литература

1. Хермандер Л. Введение в теорию функций нескольких комплексных переменных. М.: Мир, 1967.

2. Юлмухаметов Р. С. Целые функции многих переменных с заданным поведением в бесконечности // Известия РАН. Сер. мат. 1996. Т. 60, №4. С. 205 - 224.

3. A. V. Abanin, Pham Trong Tien. Continuation of holomorphic functions with growth conditions and some its applications // Studia Math. 2010, №200(3). p. 279 - 295.