

Секция «Математика и механика»

Квазиинвариантная относительно действия гладких диффеоморфизмов
мера.

Романов Евгений Дмитриевич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: romanoved@yandex.ru

В работе приводится построение меры, квазиинвариантной относительно естественного действия достаточно гладких диффеоморфизмов \mathbb{R}^d на борелевской σ -алгебре подпространства $\Omega \subset C^1([0, 1], \mathbb{R}^d) \times C^1([0, 1], M_d)$.

Ω является пространством непрерывно-дифференцируемых траекторий в d -мерном евклидовом пространстве и координатных реперов (невырожденных d -мерных матриц), определённых вдоль них.

Пусть (X, \mathfrak{B}) - измеримое пространство с выделенной σ -алгеброй, G - некоторая группа его измеримых автоморфизмов. Тогда мера μ на (X, \mathfrak{B}) называется квазиинвариантной относительно действия группы G , если $\forall g \in G \forall A \in (X, \mathfrak{B})$ преобразованная мера $\mu_g(A) = \mu(g^{-1}A)$ эквивалентна мере μ .

Диффеоморфизм является заменой координат в \mathbb{R}^d , по-этому под естественным действием $g \in \text{Diff}^1(\mathbb{R}^d)$ понимается отображения кривой в свой образ и изменение базиса под действием дифференциала отображения, то есть для $(x(\cdot), X(\cdot)) \in \Omega$ имеем:

$$x(t) \rightarrow g(x(t)), X(t) \rightarrow g'(x(t))X(t).$$

Сама мера получается из Винеровской с помощью довольно простого отображения вида:

$$x(t) \rightarrow X^{-1}(t)x'(t), X(t) \rightarrow X^{-1}(t)X'(t).$$

Меры с подобными свойствами на других функциональных пространствах получены в работах [1,2]. Кроме того, результат является обобщением теоремы о сдвиге винеровской меры, изложенной в [3].

Литература

1. Шавгулидзе Е.Т. Об одной мере, квазиинвариантной относительно действия группы диффеоморфизмов конечномерного многообразия. ДАН СССР. 1988. Т. 303, 4. С. 811-814.
2. Шавгулидзе Е.Т. Один пример меры, квазиинвариантной относительно действия группы диффеоморфизмов окружности. Функциональный анализ и его приложения 1978. Т. 12, 3. С. 55-60.
3. Х.-С. Го. Гауссовские меры в банаховых пространствах. Москва, издательство «МИР», 1979.