

Секция «Математика и механика»

Четырехточечное суботношение Штейнера на евклидовой плоскости

Степанова Екатерина Ивановна

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: ekfila@gmail.com

Задача поиска кратчайшей сети, соединяющей данный набор точек в метрическом пространстве, носит имя проблемы Штейнера. Решением этой проблемы является граф-дерево, которое называется минимальным деревом Штейнера. Однако в настоящее время не известно алгоритма, позволяющего искать дерево Штейнера для большого числа точек за приемлемое время [1]. Поэтому имеет смысл рассматривать приближенные решения проблемы Штейнера.

Одно из приближенных решений — это так называемое минимальное заполнение конечного метрического пространства, которое является взвешенным графом с определенными свойствами [2]. При этом вес минимального заполнения приближает длину дерева Штейнера.

Качество такого приближения можно оценить с помощью отношения веса минимального заполнения к длине минимального дерева Штейнера. Оно называется суботношением Штейнера для данного набора точек. Инфимум суботношения Штейнера по всем наборам точек в данном метрическом пространстве является суботношением Штейнера этого метрического пространства [2].

Иванов и Тужилин в [2] показали, что суботношение Штейнера для трехточечных подмножеств евклидовой плоскости не меньше $\sqrt{3}/2$, причем это число достигается, и только на правильных треугольниках.

Теорема. Суботношение Штейнера для четырех точек на евклидовой плоскости не меньше $\sqrt{3}/2$, причем это число достигается, и только на равнобоких трапециях, у которых основания видны из точки пересечения диагоналей под углом $\pi/3$.

Литература

1. Иванов А.О., Тужилин А.А. Теория экстремальных сетей. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
2. Иванов А.О., Тужилин А.А. Одномерная проблема Громова о минимальном заполнении // Матем. Сборник, в печати.

Слова благодарности

Докладчик благодарит А.О.Иванова и А.А.Тужилина за постоянное внимание к работе, а также всех участников семинара «Минимальные сети», проходящего на механико-математическом факультете МГУ, за проявленный интерес, многочисленные полезные обсуждения и дискуссии.