

Секция «Математика и механика»

О равномерности некоторых систем функций из многозначной логики

Тарасов Павел Борисович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: tarasov.p.b@gmail.com

Рассматривается задача о реализации функций k -значной логики, принимающих значения 0 и 1 (множество всех таких функций обозначим через $P_{k,2}$), из замкнутых классов формулами в конечных базисах, состоящих из функций, принадлежащих этим же классам (определения см. [1,2,3]). Конечную систему A функций из $P_{k,2}$ будем называть равномерной, если существуют такие константы c и d , что для любой функции $f \in [A]$ выполняется соотношение

$$l_A(f) \leq c \log L_A(f) + d,$$

где $l_A(f)$ и $L_A(f)$ — глубина и сложность реализации функции f в базисе A соответственно.

В работе [4] доказана равномерность любой конечной полной системы булевых функций, аналогичный результат был получен в работе [5]. В [6] доказывается равномерность любой конечной системы булевых функций (не обязательно полной). Там же приведены примеры конечных неравномерных систем функций из $P_{k,2}$.

Будем говорить, что система функций A из $P_{k,2}$ проектируется на замкнутый класс B булевых функций, если $pr([A]) = B$, где pr — ограничение функции (или системы функций) на наборах, состоящих из 0 и 1. В данной работе установлено, что все конечные системы функций из $P_{3,2}$, проектирующиеся на классы $P_2, M, T_0, T_1, M_0, M_1, M_{0,1}$, равномерны.

Кроме того, для каждого замкнутого класса F функций из $P_{3,2}$, в который проектируется более чем конечное множество замкнутых классов функций из $P_{3,2}$, приведены примеры неравномерных систем функций из $P_{3,2}$, проекции которых порождают класс F .

Литература

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа 2001. 384с.
2. Угольников А.Б. Классы Поста. Учебное пособие: М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ имени М.В. Ломоносова. 64с.
3. Lau D, Function Algebras on Finite Sets. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006.
4. Яблонский С.В., Козырев В.П. Математические вопросы кибернетики // Информационные материалы / М.: Научный совет по комплексной проблеме Кибернетика АН СССР. 1968, Вып 19 А. 3-15.

5. Spira P.M. On time-hardware complexity tradeoffs for boolean functions. - Proceedings of Fourth Hawaii International Symposium on System Sciences, 1971, p. 525-527.
6. Угольников А.Б. О глубине и полиномиальной эквивалентности формул для замкнутых классов двузначной логики. // Математические заметки. 1987. 42, 4. 603-612.
7. Храпченко В. М. О соотношении между сложностью и глубиной формул // Методы дискретного анализа в синтезе управляющих систем. Вып. 32. Новосибирск, ИМ СО АН СССР. 1978. 76-94.