

Секция «Математика и механика»

Матрицы Адамара и их применение

Абрамова Антонина Сергеевна

Студент

Казанский государственный технический университет им. А.Н.Туполева,

Физико-математический факультет, Казань, Россия

E-mail: anntony8021@gmail.com

Матрица Адамара— это квадратная матрица размера $n \times n$, составленная из чисел 1 и -1, столбцы которой ортогональны, так что справедливо соотношение

$$H^T H = nI,$$

где I — это единичная матрица размера n . Матрицы Адамара применяются в различных областях, включая комбинаторику, теорию кодирования, численный анализ, обработку сигналов[2].

Рассмотрим произвольную матрицу Адамара:

$$H = (h_{ij})_{i,j=1}^n.$$

Из определения следует, что для любой пары строк с номерами i и j (не равными) верно равенство (условие ортогональности):

$$h_{i1}h_{j1} + h_{i2}h_{j2} + \dots + h_{in}h_{jn} = 0. [2]$$

Недоказанная гипотеза Адамара утверждает, что матрица Адамара порядка $4k$ существует для каждого натурального k .

Известные утверждения о существовании матриц Адамара можно сформулировать следующим образом. Пусть существуют матрицы Адамара порядков m_1 и m_2 ($m_1 \geq 2$, $m_2 \geq 2$) и q -произвольное число, являющееся степенью нечетного простого числа. Тогда существуют матрицы Адамара порядков:

1. $m = m_1 m_2$
2. $m = 2^k$
3. $m = q + 1$, если m кратно 4.
4. $m = m_1(q + 1)$
5. $m = m^*(m^* - 1)$, где m^* - произведение чисел вида 2 и 3
6. $m = m^*(m^* + 3)$, где m^* и $m^* + 4$ - произведения чисел вида 2 и 3.
7. $m = m_1 m_2 q(q + 1)$
8. $m = m_1 m_2 q(q + 3)$, если $q + 4$ является степенью простого.
9. $m = (q + 1)^2$, если $q + 3$ — произведение чисел вида 2 и 3.
10. $m = 92, 116, 156 [1], 172, 188, 232, 236, 260, 268 [3, 4, 5]$.

Метод Бомера построения матриц[6].

Метод Эллиха построения матриц[7].

Метод Голдберга построения матриц[7].

Литература

1. С.В.Яблонский и О.Б.Лупанов. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики, Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», М., 1974.т.1, Стр.282-293.
2. М.Н.Аршинов, Л.Е.Садовский, Коды и математика Москва «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, 1983. Стр. 107-111.
3. Brouwer, A. E.; Cohen, A. M.; and Neumaier, A. Hadamard Matrices 1.8 in Distance Regular Graphs. New York: Springer-Verlag, pp.19-20, 1989.
4. Sawade, K, A Hadamard Matrix of Order-268, Graphs Combinatorics 1. 185-187, 1985.
5. van Lint, J. H. and Wilson, R. M. A Course in Combinatorics. New York: Cambridge University Press, 1993.
6. Бомер, Холл М., A new construction for Hadamardmatrices, Bull. Amer. Math. Soc., 71 (1965), 169-170.
7. Ehlich H., Neue Hadamard-Matrizen Arch. Math., 16 (1965), 34-36.