

Секция «Математика и механика»

Из истории открытия последовательности Фарея

Масленникова Евгения Валерьевна

Аспирант

Ставропольский государственный университет, Физико-математический

факультет, Ставрополь, Россия

E-mail: katszsz@yandex.ru

В России изучением последовательности Фарея (дробей Фарея) занимаются лишь немногие специалисты по теории чисел.

Дроби Фарея, названные в честь известного геолога Джона Фарея, применяются для приближения иррациональных чисел рациональными, для приведения бинарных квадратичных форм, в модульной арифметике, в дизайне узора [2].

Математические теоремы часто имеют описательные названия, такие как изопериметрическое неравенство, закон косинусов. Другие носят имя первооткрывателя: формула Эйлера, Абелева группа.

Однако в математическом фольклоре известно, что многие теоремы названы неверно. Не все довольны приписыванием диаграмм Венна Джону Венну. И не удивительно увидеть в апологии Харди следующие замечания по поводу дробей Фарея: Фарей бесмертен потому, что ему не удалось понять теорему, которую Харос с успехом доказал за 14 лет до него [4].

У Харди и Райта появляется другое замечание: история дробей Фарея очень странная. Свойства дробей Фарея были сформулированы и доказаны сначала Харосом в 1802 году. Фареем не было опубликовано ничего по данному вопросу до 1816 года, когда он сформулировал теорему 29 в примечаниях к Философскому журналу. Он не привел доказательства, и скорее всего, у него его и не было, так как кажется, что он был безразличен к математике [1].

Коши однако же был знаком с формулировкой теоремы Фарея и привел доказательства. Математическое сообщество последовало примеру Коши в приписывании результатов Фареему, и ряд продолжил носить его имя.

Аркови обнаружил оригинал письма Фарея в Философском журнале.

"Об интересных свойствах обыкновенных дробей.

Исследуя некоторые очень интересные и тщательно разработанные таблицы полных десятичных показателей, я заметил следующее.

Если все возможные обыкновенные дроби, самый большой знаменатель которых не превышает данного числа, расположить в порядке их возрастания, тогда, если числитель и знаменатель любой дроби прибавить к числителю и знаменателю соответственно следующей через одну дроби, сумма будет равна дроби между ними. Я не осведомлен, указывали ли на эту особенность обыкновенных дробей ранее? Или это является чем-то общеизвестным?" [5].

Таким образом, Фарей сам никогда и не утверждал, что доказал что-либо. Он очевидно обнаружил любопытный факт и стремился поделиться этим открытием.

Коши опубликовал свое доказательство в 1816 году, сразу же после появления перевода письма Фарея. Маловероятно, что он знал о работе К.Хароса. И если бы это было так, он все равно бы приписал утверждение, которое доказывал Фарей.

Литература

1. Dickson, L. E. History of the Theory of Numbers, Vol. 1: Divisibility and Primality. New York: Dover, 2005.
2. G. H. Hardy, A Mathematician's Apology, Cambridge University Press, 1994.
3. G. H. Hardy and E. M. Wright, An Introduction to the Theory of Numbers, 1996.
4. M.Bruckheimer and A.Arcavi, Farey Series and Pick's Area Theorem, The Mathematical Intelligencer, 1995.
5. Residue Sequences in Weave Design, Ralph E.Griswold, 2000: http://www.cs.arizona.edu/patterns/weaving/gre_res.pdf.

Слова благодарности

Особую благодарность хотелось бы выразить моему научному руководителю Червякову Николаю Ивановичу за оказанную помощь и поддержку.

Иллюстрации

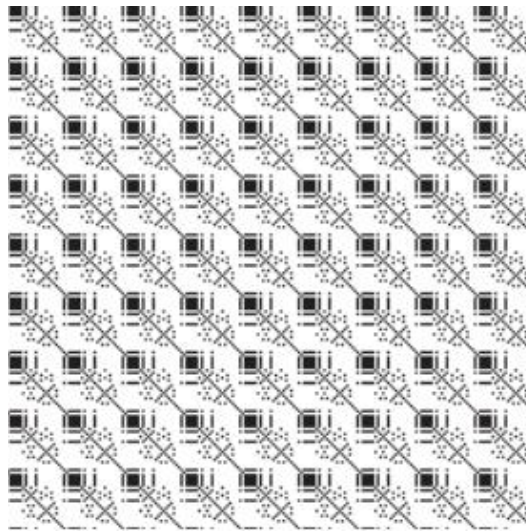


Рис. 1: Использование дробей Фарея в дизайне узора