

Секция «Математика и механика»

О проблеме Поля конвертации перманента в определитель для пространства матриц над конечным полем.

Будревич Михаил Вячеславович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: mbudrevich@yandex.ru

Проблема Поля конвертации перманента формулируется следующим образом: существует ли отображение на пространстве квадратных матриц, при котором определитель образа каждой матрицы равняется перманенту этой матрицы. В [2] было показано, что для любого $n > 2$ существует $q_0 = q(n)$ такое, что при условии $|\mathbb{F}| > q_0$ отображения T , удовлетворяющего $\text{per}(A) = \det(T(A))$ на множестве матриц порядка n над \mathbb{F} не существует, здесь \mathbb{F} — это конечное поле характеристика которого отлична от двух, A — произвольная квадратная матрица порядка n над полем \mathbb{F} .

В работе [1] предложен новый подход к исследованию данного вопроса, использующий тензорную технику. Этот метод позволил получить оценку на количество матриц с нулевым перманентом в пространстве квадратных матриц порядка n над конечным полем \mathbb{F} . Сравнивая полученную оценку с классическим выражением для числа обратимых матриц над конечным полем, удаётся избавиться от ограничения на количество элементов в поле и полностью подтвердить гипотезу о несуществовании отображения T , переводящего перманент матрицы в её детерминант, для любого конечного поля, характеристика которого отлична от двух.

При дальнейшем использовании данной техники удаётся получить оценки на количество симметричных матриц с нулевым детерминантом и перманентом. Однако, в симметричном случае количество матриц с нулевым перманентом может быть как больше, так и меньше количества матриц с нулевым детерминантом. В докладе будут рассказаны этот и другие результаты по этой теме, в частности данный факт будет продемонстрирован для матриц порядка 3, для которых искомые величины могут быть точно вычислены.

Литература

1. Budrevich M., Guterman A. Permanent has less zeros than determinant over finite fields // American Mathematical Society, Contemporary Mathematics, to appear.
2. Dolinar G., Guterman A., Kuzma B., Orel M. On the Pólya's permanent problem over finite fields // European Journal of Combinatorics, **32** (2011), 116-132.

Слова благодарности

Автор благодарен своему научному руководителю А.Э. Гутерману за постановку задачи, постоянное внимание к работе и ценные обсуждения. Исследования проведено при частичной финансовой поддержке гранта МД-2502.2012.1.