

Секция «Математика и механика»

Матрицы факторизационного ранга 1 над тропическим полукольцом на графе коммутирований.

Постникова Таисия Николаевна

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: tasinidze@yandex.ru

Тропическое полукольцо — это множество \mathbb{R} вещественных чисел, на котором заданы тропические арифметические операции: сложение $\oplus : (a, b) \rightarrow \min\{a, b\}$ и умножение $\otimes : (a, b) \rightarrow a + b$. Арифметические операции над тропическими векторами и матрицами определяются таким же образом, как и в классическом случае, только операции $+$ и \cdot заменяются на \oplus и \otimes , соответственно.

В отличие от классической линейной алгебры, для тропических матриц существует несколько важных ранговых функций, см. [1,2]. Например, функция *факторизационного ранга*, значение которой на матрице $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ равно наименьшему целому k , для которого $A = B \otimes C$ при некоторых $B \in \mathbb{R}^{m \times k}$ и $C \in \mathbb{R}^{k \times n}$.

В работе рассматриваются некоторые свойства тропических матриц (то есть матриц над тропическим полукольцом) факторизационного ранга 1, связанные с коммутированием. Вводится понятие графа коммутирований (см. [3]), на котором матрицы (вершины графа), не лежащие в централизаторе, соединяются ребрами в том случае, когда они коммутируют.

В докладе дан ответ на вопрос о пути между матрицами факторизационного ранга 1 на графе коммутирований в частном случае 3×3 , и доказано, что этот путь не превосходит трех.

Открытым остается вопрос о пути от матрицы факторизационного ранга 1 до других матриц общего вида над тропическим полукольцом.

Изучение коммутирования матриц факторизационного ранга 1 является одним из основных методов классификации отображений, сохраняющих матричные инварианты, которые, в свою очередь используются в математической статистике, физике, методах вычислений.

Литература

1. M. Akian, S. Gaubert, A. Guterman. Linear independence over tropical semirings and beyond // Contemp. Math. 2009. No. 495. P. 1–38.
2. M. Develin, F. Santos, B. Sturmfels. On the rank of a tropical matrix // Math. Sci. Res. Inst. Publ. 2005. No. 52. P. 213–242.
3. D. Dolzan, P. Oblak, Commuting graphs of matrices over semirings, Linear Algebra Appl. 2011. 435. P. 1657 - 1665

Слова благодарности

Конференция «Ломоносов 2012»

Я благодарна своему научному руководителю профессору А. Э. Гутерману за постановку задачи, плодотворные обсуждения и постоянное внимание к моей работе. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта МД-2502.2012.1.