

Секция «Математика и механика»

Матричное мажорирование: совпадение различных отношений порядка для некоторых классов матриц

Мылзенова Дарима Баировна

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: darimamylyzenova@gmail.com

Пусть \mathbb{R} — поле вещественных чисел, $M_n(\mathbb{R})$ — кольцо $n \times n$ -матриц над ним. Введены и активно исследуются следующие отношения порядка на матрицах. Говорят, что $X \in M_n(\mathbb{R})$ *сильно мажорирует* $Y \in M_n(\mathbb{R})$, обозначается $Y \prec_s X$, если существует $A \in DS(n)$ — двояко-стохастическая матрица такая, что $AX = Y$, (см. [3]).

Другим широко используемым отношением порядка является так называемое *направленное мажорирование*: $Y \prec X$, если для любого $v \in \mathbb{R}^n$ $Yv \prec Xv$.

Однако зачастую установить на практике, имеет ли место то или иное мажорирование, оказывается непростой задачей (см. [2]). В [1] введено понятие *слабого мажорирования* $Y \prec_w X$, для которого существует сравнительно быстрый алгоритм проверки. Известно, что $\prec_s \Rightarrow \prec \Rightarrow \prec_w$.

В общем случае обратные импликации не верны. В докладе рассматриваются случаи симметрических, кососимметрических, эрмитовых, треугольных, двояко-стохастических и невырожденных матриц, для которых импликации обратимы.

В [4, 5, 6] изучены вопросы классификации линейных операторов, сохраняющих отношение сильного и слабого мажорирования. В докладе будут обсуждены отображения, сохраняющие эти отношения порядка.

Литература

1. Francisco D.Martinez Peria, Pedro G.Massey, Luis E. Silvestre, Weak matrix majorization //Lin.Algebra and its App. 403(2005) 343-368
2. S.Sherman, A correction to "On a conjecture concerning doubly stochastic matrices" // Proc. Amer. Math Soc. 5 (1954) 998-999
3. R.Bhatia, Matrix Analysis Springer - Verlag, New York, 1997
4. LeRoy B.Beasley, Sang-Gu Lee and You-Ho Lee, Linear Operators strongly preserving multivariate majorization //Math.Subj.Classif. 1991
5. LeRoy B.Beasley, Sang-Gu Lee, A proof of a conjecture on strong preservers of multivariate majorization // Math.Subj.Classif. 1991
6. LeRoy B.Beasley, Sang-Gu Lee and You-Ho Lee, A characterization of strong preservers of matrix majorization // Lin.Algebra and its Appl. 2002

Слова благодарности

Конференция «Ломоносов 2012»

Автор благодарен своему научному руководителю А.Э. Гутерману за постановку задачи, постоянное внимание к работе и ценные обсуждения. Исследования проведено при частичной финансовой поддержке гранта МД-2502.2012.1.