Секция «Математика и механика»

Устранение хаоса в задаче пространственного движения асимметричного твердого тела под действием бигармонического момента

Лосякова Дарья Андреевна
Аспирант
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева, Летательных аппаратов, Самара, Россия
E-mail: Losjakova@termech.ru

Изучается пространственное движение тела с одной неподвижной точкой под действием бигармонического момента $a\sin\theta + b\sin 2\theta$. Бигармоническая зависимость восстанавливающего момента от угла нутации предопределяет, как показано в [1], появление промежуточного положения равновесия, что существенно обогащает задачу. Задача еще более усложняется, если рассматривать малую динамическую асимметрию, связанную с несовпадением моментов инерции $\epsilon = \frac{B-A}{A}$, где $\epsilon \ll 1$ - малый параметр. В этом случае появление еще одной позиционной координаты - угла собственного вращения, при определенных условиях может привести к возможности возникновения хаоса.

Используя канонические уравнения, полученные с помощью функции Гамильтона:

$$H = H_0 + \epsilon H_1 + O(\epsilon^2),$$

где

$$H_0 = \frac{p_\theta^2}{2A} + \frac{(p_\psi - p_\varphi\cos\theta)^2}{2A\sin^2\theta} + \frac{p_\varphi^2}{2C} + a\cos\theta + b\cos^2\theta,$$

$$H_1 = -\frac{((p_\psi - p_\varphi\cos\theta)\cos\varphi - p_\theta\sin\theta\sin\varphi)^2}{2A\sin^2\theta},$$

можно получить критерий возникновения хаоса в окрестности сепаратрис, применяя метод Мельникова в интерпретации Виггинса [2]. Результаты представлены в [1]. Поверхность Пуанкаре для канонической системы подтверждает нерегулярный характер движения системы (рисунок 1).

Для устранения хаотических режимов движения добавим действие диссипативного момента, пропорционального угловой скорости по углу нутации $\delta\dot{\theta}$. В силу наличия диссипации система не является гамильтоновой, следовательно нельзя воспользоваться функцией Мельникова в качестве критерия наличия хаоса. Используя метод отображений Пуанкаре был построен ряд фазовых плоскостей, на основании которых подобрано такое значение δ, при котором сепаратрисы не пересекаются, т.е. ни одна траектория не выходит за пределы области, ограниченной сепаратрисами (рисунок 2).

Литература

1. Асланов В.С. Движение несимметричного твёрдого тела под действием бигармонического момента // Проблемы аналитической механики и теории устойчивости: сб. науч. ст., посв. Памяти акад. В.В. Румянцева // Ин-т пробл. Управления РАН.–М.: Физматлит, 2009. – 420 с.

2. Wiggins S, Shaw S. Chaos and three-dimensional horseshoe in slowly varying oscillators // ASME J. Appl. Mech. - 1988. - 55. - P. 959-968.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность профессору В.С. Асланову за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

Иллюстрации

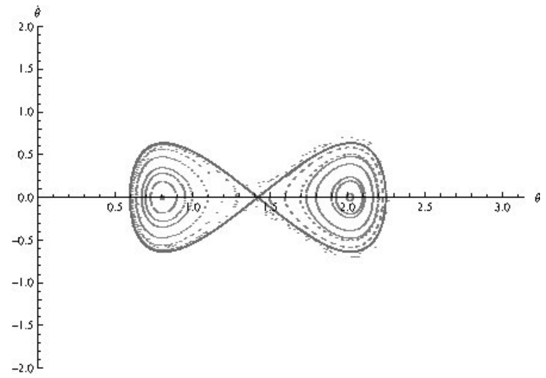

Рис. 1: Сечение Пуанкаре без диссипации

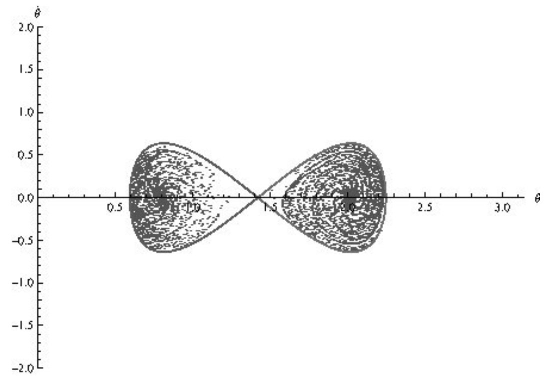

Рис. 2: Сечении Пуанкаре при наличии диссипации