

Секция «Математика и механика»

Семейство предобуславливателей на основе алгоритма Nested Factorization:  
анализ эффективности для задач фильтрации

*Борисов Виталий Евгеньевич*

*Студент*

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,*

*Механико-математический факультет, Москва, Россия*

*E-mail: narellen@mail.ru*

К решению СЛАУ (системы линейных алгебраических уравнений) — основной задаче линейной алгебры и матричного анализа — сводится большинство практических вычислительных задач, в том числе задача фильтрации жидкости в пористой среде. В силу специфики задач фильтрации пластовых нефтегазовых систем (аспектные отношения ячеек  $\sim 10 - 100$ , скачки коэффициентов  $\sim 10 - 100$ , наличие в системе уравнений, которые описывают сильно различающиеся по скорости процессы), такие системы являются плохо обусловленными системами общего вида (несимметричными и не положительно определенными) и обладают большой размерностью (порядка  $\sim 10^6 - 10^9$  уравнений), что значительно затрудняет их решение, увеличивая время расчета. Поэтому эффективность решение СЛАУ является критичной для эффективной работы полного численного алгоритма.

В настоящее время широкое распространение получили итерационные методы решения СЛАУ крыловского типа (GMRES, CG, BCG и др.), для улучшения скорости сходимости которых используются различные предобуславливатели [3].

Одним из распространенных предобуславливателей для задач фильтрации является предобуславливатель Nested Factorization — эффективный предобуславливатель, являющийся разновидностью блочного ILU-предобуславливания ([2]). Его отличительной особенностью является малое время построения и умеренное количество памяти для хранения. При построении предобуславливателя NF используется тот факт, что при аппроксимации задач на регулярных сетках с помощью стандартных двухточечных аппроксимаций потока через грани ячеек, матрица системы уравнений имеет рекурсивно блочно-трехдиагональный вид. При использовании структурированных сеток и стандартных аппроксимаций потоков предобуславливатель NF очень эффективен.

В работе [1] было представлено обобщение стандартного алгоритма Nested Factorization, позволяющее использовать его на неструктурированных сетках и при наличии нелокальных связей между ячейками сетки, а также была продемонстрирована его численная эффективность для некоторых задач трехфазной трехкомпонентной фильтрации нефти. Однако, на практике, при использовании сложных нерегулярных или нестыкованных сеток, более сложных, многоточечных аппроксимаций потоков, большом количестве скважин и так далее, эффективность предобуславливателя NF уменьшается.

Цель данной работы — дальнейшее развитие, аналитический и численный анализ семейства предобуславливателей на основе алгоритма Nested Factorization. В частности, разработка и исследование двухэтапного комбинированного предобуславливателя для системы пласт-скважины, позволяющего устранить недостатки оригинального алгоритма Nested Factorization.

### **Литература**

1. Борисов В. Е. Метод предобуславливания Generalized Nested Factorization в задачах трехфазной трехкомпонентной фильтрации нефти. // Сборник тезисов XVIII международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2011», секция «Вычислительная математика и кибернетика». М., 2011, с.118-120
2. J. R. Appleyard and I. M. Cheshire, Nested Factorization, SPE 12264, presented at the Seventh SPE Symposium on Reservoir Simulation, San Francisco, 1983.
3. Y. Saad, Iterative Methods for Sparse Linear System, PWS publishing company, Boston, MA, 1996