

Секция «Математика и механика»

Индексы некоторых стохастических рекуррентных последовательностей

Голдаева Анна Алексеевна

Соискатель

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: gold\_ann@list.ru

Рассматривается процесс  $Y_n$ ,  $n \geq 1$ , удовлетворяющий стохастическому рекуррентному уравнению

$$Y_n = A_n Y_{n-1} + B_n, \quad n \geq 1, \quad Y_0 \geq 0, \quad (1)$$

где  $(A_n, B_n)$ ,  $n \geq 1$ , — независимые одинаково распределенные пары неотрицательных случайных величин. Известно, что стационарные процессы вида (1) при довольно общих условиях обладают двумя важными свойствами, относящимися к поведению их экстремумов: стационарное распределение имеет степенной хвост, а максимум  $M_n = \max\{Y_1, \dots, Y_n\}$  при  $n \rightarrow \infty$  растет асимптотически, максимум  $\theta n$  независимых случайных величин с тем же распределением. Известны также (см.[2]), общие формулы для вычисления индекса хвоста  $\kappa$  и экстремального индекса  $\theta$ .

В [1] был предложен новый подход, состоящий в рассмотрении некоторых последовательностей, удовлетворяющих (1), как последовательностей наблюдений процесса с непрерывным временем, заданного стохастическим дифференциальным уравнением

$$dX_t = (c - d \cdot X_t) dt + \sigma X_t dW_t, \quad X_0 = x, \quad (2)$$

в котором  $c > 0$  — произвольная постоянная,  $d = -(a + \frac{\sigma^2}{2})$ . С помощью этого метода найдена явная формула индекса хвоста  $\kappa = -\frac{2a}{\sigma^2}$ .

Основным результатом данной работы является отыскание оценки экстремального индекса  $\theta$  процесса  $Y_n$  с помощью процесса с непрерывным временем, заданного стохастическим дифференциальным уравнением (2).

В работе также проведено обобщение результатов, полученных в [1], а именно: рассмотрена система уравнений

$$dX_t = (C - DX_t)dt + SX_t dB_t, \quad X_0 = x,$$

где  $D, S$  —  $2 \times 2$  матрицы, причем  $S$  — положительно определенная,  $C$  — 2-вектор, и найдена явная формула индекса  $\kappa$  в случае, когда матрицы  $-(D + \frac{1}{2}S^*S)$  и  $S$  имеют одинаковые собственные векторы и диагональны в этом базисе.

Литература

1. Голдаева А.А. Использование процессов с непрерывным временем в исследовании стохастических рекуррентных последовательностей // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2010. 6. 13-18.
2. Haan L. de, Resnick S., Rootzén H., Vries G. de Extremal behaviour of solutions to a stochastic difference equation with applications to ARCH processes // Stochast. Process. and Appl. 1989. 32. 213-224.

*Конференция «Ломоносов 2012»*

**Слова благодарности**

Автор выражает благодарность доценту, к.ф.-м.н Лебедеву А.В. за помощь в подготовке тезисов