Секция «Математика и механика»

О проверке конических гипотез в многомерной статистике

Кашицын Павел Александрович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: pavel.kash@gmail.com

В многомерной статистике широко разработана теория линейных моделей и исследованы различные методы для проверки линейных гипотез. В частности, в работе [1] для этих целей многомерная выборка рассматривается как элемент линейного модуля над кольцом квадратных матриц. В то же время теория проверки конических гипотез в многомерной статистике пока не обладает общими методами для построения тестовых статистик.

В докладе будут изложены текущие результаты в теории проверки многомерных конических гипотез, а также предложена схема проверки конических гипотез, основанная на объектах, введенных в [1].

Множество $K_n^p \subset \mathbb{R}_n^p$ называется многомерным конечногранным конусом, если найдутся $Y_1, \ldots, Y_m \in K_n^p$ такие, что для любого $X \in K_n^p$ найдутся $\alpha_1, \ldots, \alpha_m \geq 0$, что $X = \sum_{i=1}^m \alpha_i Y_i$.

Рассмотрим фиксированный многогранный конус $V \subset \mathbb{R}^p$. Для векторов $a, b \in \mathbb{R}^p$ будем писать $a \prec b$, если $(b-a) \in V$.

Статистическая модель: $X_i = M_i + \xi_i$, где ξ_i — независимые одинаково распределенные $N_p(0, \Sigma)$, $i = \overline{1, n}$. Обозначим $\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ и $\mathbf{M} = (M_1, \ldots, M_n)$.

Основная гипотеза, которая будет рассматриваться:

$$H_0 : 0 \prec M_1 \prec M_2 \prec \ldots \prec M_n,$$

где соотношение порядка $\prec$ определяется некоторым конусом V. В случае $p = 1$ и конуса $V = \{x \geq 0\}$ тестовая статистика имеет вид

$$T = \frac{proj_{U^T}\mathbf{X}}{proj_U \mathbf{X}},$$

где конус U имеет образующие $u_k = (\underbrace{0, \ldots, 0}_{k-1}, 1, \ldots, 1)$. Аналогичный подход может быть применен в многомерном случае.

Литература

1. Тюрин Ю.Н. Многомерный статистический анализ: геометрическая теория // Теория вероятн. и ее примен. 2010. т. 55. в.1. с. 36-58.

2. Cohen A., Kemperman J.H.B, Sackrowitz H.B. Properties of Likelihood Inference for Order Restricted Models // J. of Mult. Analysis. 2000. V.72. No.1. pp. 50-77.

3. Robertson T., Wright F.T. On approximation of the level probabilities and associated distributions in order restricted inference // Biometrika. 1983. V.70. No.3. pp. 597-606.

4. Robertson T., Wright F.T., Dykstra R.L. Order restricted statistical inference. Wiley, 1988.

Слова благодарности

Автор благодарит своего научного руководителя профессора Ю.Н.Тюрина за постановку задачи и постоянное внимание к работе.